



Temat

Funkcja liniowa w zadaniach z parametrem

1 klasa liceum
na podbudowie szkoły podstawowej



PRZYPOMNIENIE:

Na ostatniej lekcji nauczyliśmy się:

- interpretować geometrycznie układ równań liniowych,
- rozwiązywać układ równań metodą algebraiczną i graficzną,
- wyjaśniać związek pomiędzy liczbą rozwiązań układu równań, a położeniem prostych.

CEL OGÓLNY:



Nabycie umiejętności rozwiązywania zadań z parametrem, dotyczących funkcji liniowej.



CELE SZCZEGÓŁOWE:

Uczeń:

- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące własności funkcji liniowej,
- wyznacza parametr, dla którego proste są równoległe lub prostopadłe,
- określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych w zależności od parametru.

Zadanie 1



Dla jakiej wartości parametru m miejscem zerowym funkcji $f(x) = (p - 4)x - 6$ jest liczba 2?

Miejsce zerowe funkcji liniowej



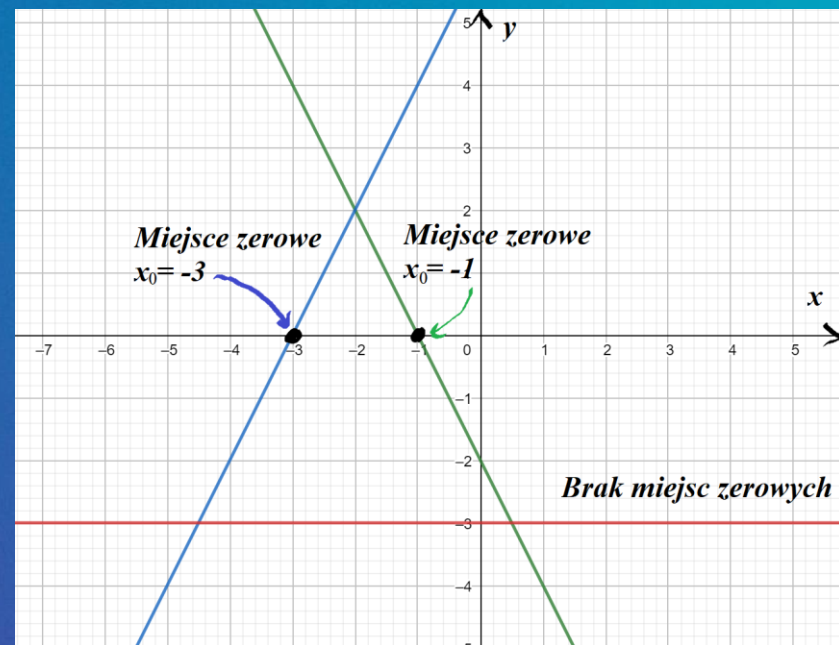
– przypomnienie

Miejszem zerowym funkcji liniowej $y = ax + b$ jest argument, dla którego funkcja przyjmuje wartość 0.

x_0 , dla którego $y = 0$

Na wykresie

Miejsce zerowe to x odczytany z punktu przecięcia wykresu z osią Ox .



Zadanie 1 – rozwiązanie

$$f(x) = (p - 4)x - 6, \quad x_0 = 2$$

$$f(2) = 0$$

$$0 = (p - 4) \cdot 2 - 6$$

$$0 = 2p - 8 - 6$$

$$-2p = -14 /: (-2)$$

$$p = 7$$

Dla $p = 7$, miejsce zerowe funkcji f wynosi 2.

Zadanie 2



Określ monotoniczność funkcji f w zależności od parametru m .

$$f(x) = (2 - 4m)x + 5$$

Monotoniczność funkcji liniowej

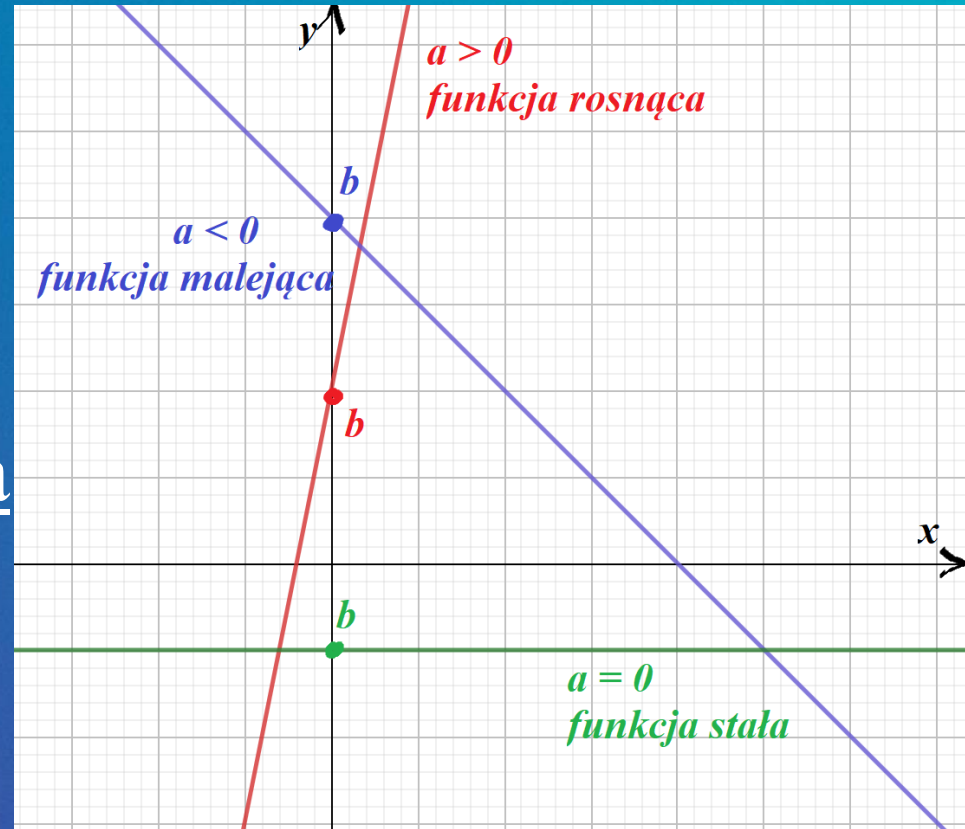


– przypomnienie

Jeśli $a > 0$, to funkcja $y = ax + b$ jest rosnąca

Jeśli $a < 0$, to funkcja $y = ax + b$ jest malejąca

Jeśli $a = 0$, to funkcja $y = ax + b$ jest stała



Zadanie 2 – rozwiązanie

$$f(x) = (2 - 4m)x + 5$$

Funkcja rosnąca

$$a > 0$$

$$a = 2 - 4m$$

$$2 - 4m > 0$$

$$-4m > -2 /: (-4)$$

$$m < \frac{1}{2}$$

Funkcja jest rosnąca

$$\text{dla } m \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$$

Funkcja malejąca

$$a < 0$$

$$a = 2 - 4m$$

$$2 - 4m < 0$$

$$-4m < -2 /: (-4)$$

$$m > \frac{1}{2}$$

Funkcja jest malejąca

$$\text{dla } m \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$$

Funkcja stała

$$a = 0$$

$$a = 2 - 4m$$

$$2 - 4m = 0$$

$$-4m = -2 /: (-4)$$

$$m = \frac{1}{2}$$

Funkcja jest stała

$$\text{dla } m = \frac{1}{2}$$

Zadanie 3



Dla jakiej wartości parametru m prosta o równaniu $(2k - 1)x + 2y = 0$ jest równoległa do prostej $2x - y + 1 = 0$?

Warunek równoległości prostych – przypomnienie



Proste o równaniach:

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \text{ oraz}$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy

$$A_1B_2 = A_2B_1$$

Zadanie 3 – rozwiązanie

$$(2k - 1)x + 2y = 0$$

$$A_1 = 2k - 1, \quad B_1 = 2$$

$$2x - y + 1 = 0$$

$$A_2 = 2, \quad B_2 = -1$$

$$A_1 B_2 = A_2 B_1$$

$$(2k - 1) \cdot (-1) = 2 \cdot 2$$

$$-2k + 1 = 4$$

$$-2k = 4 - 1$$

$$-2k = 3 /: (-2)$$

$$k = -1 \frac{1}{2}$$

Dla $k = -1 \frac{1}{2}$ proste są równoległe.

Zadanie 4



Dla jakiej wartości parametru m prosta o równaniu $y = -mx + 3$ jest prostopadła do prostej o równaniu $x - 2y - 1 = 0$?

Warunek prostopadłości prostych *– przypomnienie*



Proste $y = a_1x + b_1$, gdzie $a_1 \neq 0$

oraz $y = a_2x + b_2$

są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

Zadanie 4 – rozwiązanie

$$y = -mx + 3$$

$$x - 2y - 1 = 0$$

$$-2y = -x + 1 /: (-2)$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

$$a_1 = -m$$

$$a_2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{-m}$$

$$m = 2$$

Dla $m = 2$ proste są prostopadłe.

Zadanie 5



Dla jakich wartości parametru k układ równań nie ma rozwiązań?

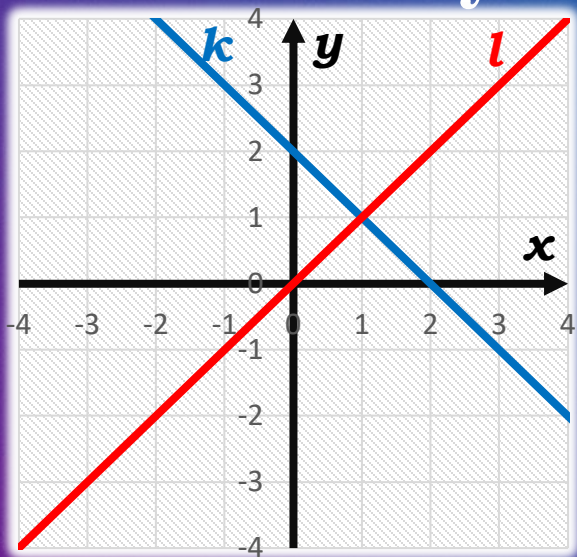
$$\begin{cases} kx + y = 2 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Liczba rozwiązań układu równań – przypomnienie



Układ

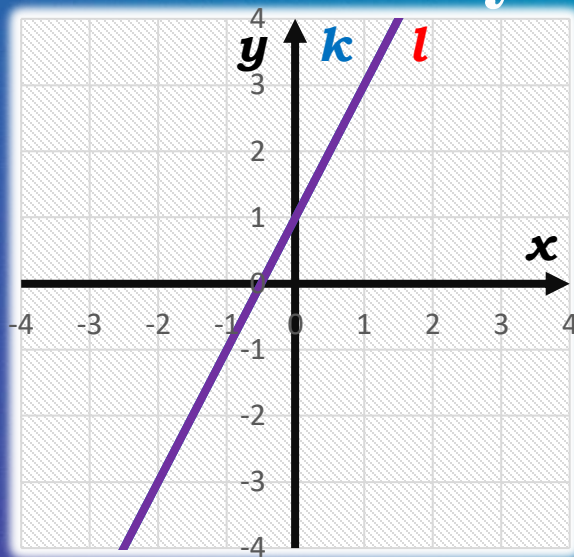
oznaczony



Proste przecinają się
w jednym punkcie
(jedno rozwiązanie).

Układ

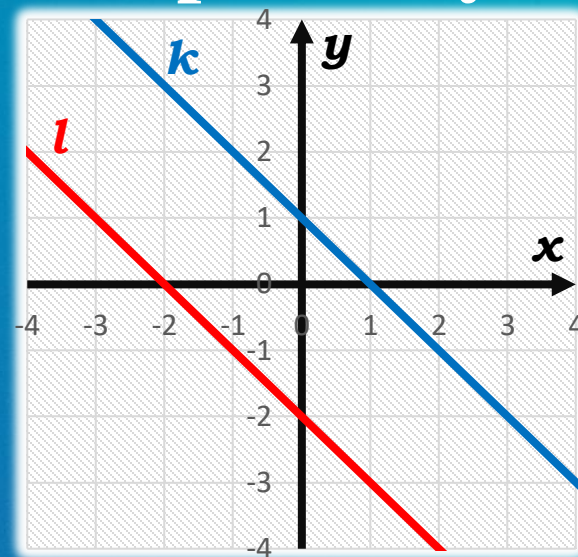
nieoznaczony



Proste pokrywają się
(nieskończenie wiele
rozwiązań).

Układ

sprzeczny



Proste są równoległe
i różne
(brak rozwiązań).

Równoległość prostych *– przypomnienie*



Proste o równaniach

$$y = a_1x + b_1 \text{ oraz } y = a_2x + b_2$$

są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy

$$a_1 = a_2.$$

Zadanie 5 – rozwiązanie

Układ nie ma rozwiązań (jest sprzeczny), gdy proste są równoległe i różne ($a_1 = a_2$ $b_1 \neq b_2$).

$$\begin{cases} kx + y = 2 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} a_1 = -k, & a_2 = \frac{1}{3} \\ b_1 = 2, & b_2 = -\frac{1}{3} \end{matrix}$$
$$\begin{cases} y = -kx + 2 \\ -3y = -x + 1 /: (-3) \end{cases} \quad \begin{matrix} b_1 \neq b_2 \\ -k = \frac{1}{3} \end{matrix}$$
$$\begin{cases} y = -kx + 2 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases} \quad k = -\frac{1}{3}$$

Dla $k = -\frac{1}{3}$ układ równań nie ma rozwiązań.



PODSUMOWANIE:

Na dzisiejszej lekcji nauczyliśmy się:

- ✓ rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji liniowej,
- ✓ wyznaczać parametr, dla którego proste są równoległe lub prostopadłe,
- ✓ określać liczbę rozwiązań układu równań liniowych w zależności od parametru.

Dziękuję za uwagę

mgr Zbigniew Bahr

konsultacja: mgr Anna Drotlew