



Temat

Przesunięcie wykresu funkcji

$$f(x) = ax^2 \text{ o wektor}$$

1 klasa liceum
na podbudowie szkoły podstawowej



Cel ogólny

Wykształcenie umiejętności
przesuwania wykresu funkcji

$f(x) = ax^2$ o wektor.



Cele szczegółowe

Uczeń:

- podaje wzór funkcji $f(x) = ax^2$ przesuniętej o wektor,
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i określa jej własności,
- stosuje własności funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$ do rozwiązywania zadań.



Przypomnienie

Na ostatniej lekcji nauczyliśmy się:

- ✓ szkicować wykres funkcji $f(x) = ax^2$,
- ✓ podawać własności funkcji $f(x) = ax^2$,
- ✓ stosować własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań.



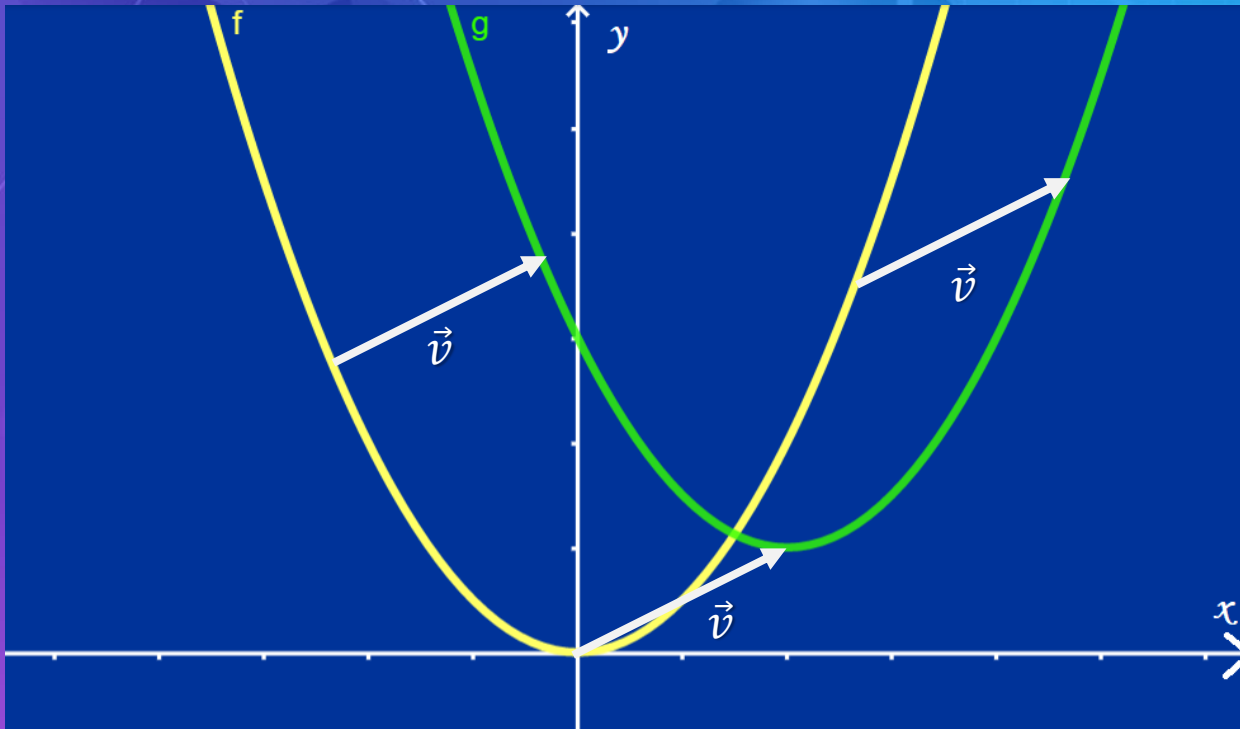
Przesunięcie wykresu funkcji o wektor

W wyniku przesunięcia wykresu funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, o wektor $\vec{v} = [p, q]$ otrzymujemy wykres funkcji

$$f(x) = a(x - p)^2 + q.$$



Przesunięcie wykresu funkcji o wektor



$$\vec{v} = [p, q]$$

$$f(x) = ax^2$$

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$



Zadanie 1

Naszkieuj wykres funkcji f i przesun o wektor $\vec{v}$:

a) $f(x) = x^2$, $\vec{v} = [3, 1]$,

b) $f(x) = -4x^2$, $\vec{v} = [-1, 0]$,

c) $f(x) = \frac{1}{3}x^2$, $\vec{v} = [-2, -3]$,

d) $f(x) = -x^2$, $\vec{v} = [0, 2]$.

Napisz wzór otrzymanej funkcji.

Zadanie 1 – rozwiązanie

a)

$$f(x) = x^2$$

$$\vec{v} = [3, 1]$$

$$a = 1$$

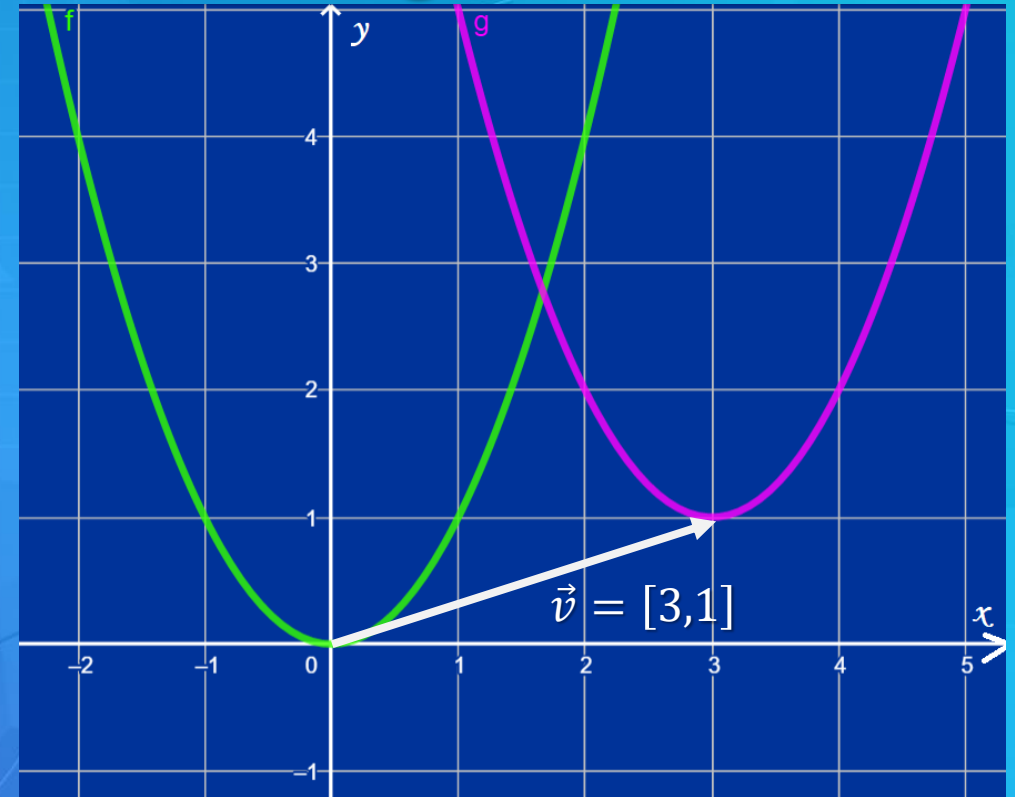
$$p = 3$$

$$q = 1$$

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$g(x) = (x - 3)^2 + 1$$

x	-1	0	1
y	1	0	1



Wzór otrzymanej funkcji: $g(x) = (x - 3)^2 + 1$.

Zadanie 1 – rozwiązanie

b) $f(x) = -4x^2$

$$\vec{v} = [-1, 0]$$

$$a = -4$$

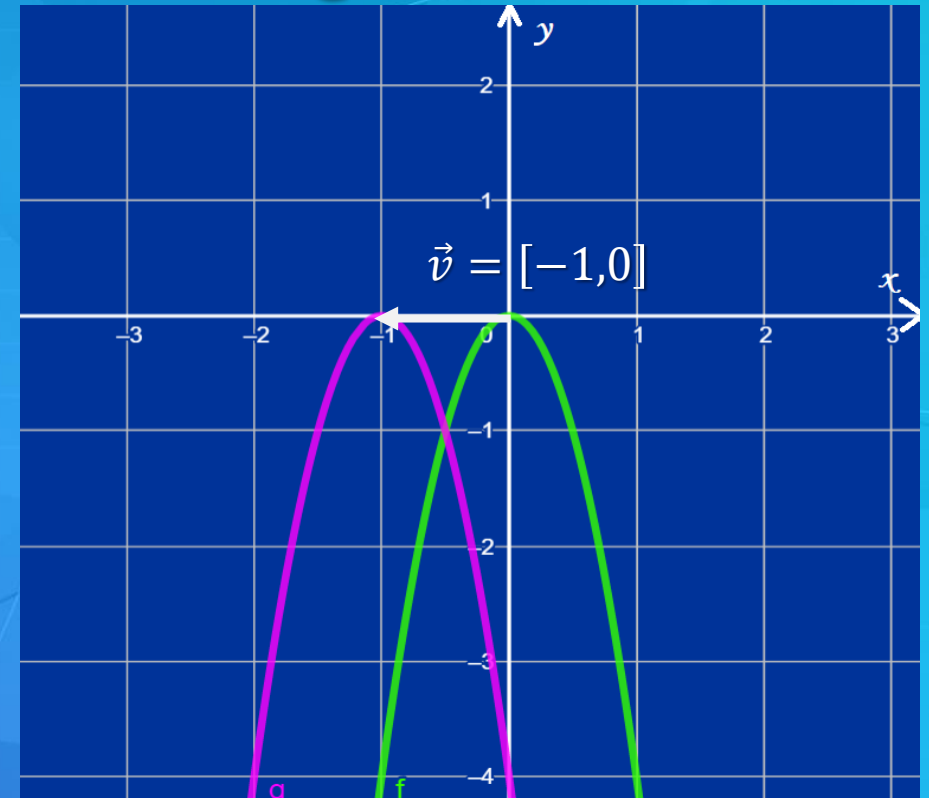
$$p = -1$$

$$q = 0$$

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$g(x) = -4(x + 1)^2$$

x	-1	0	1
y	-4	0	-4



Wzór otrzymanej funkcji: $g(x) = -4(x + 1)^2$.

Zadanie 1 – rozwiązanie

c) $f(x) = \frac{1}{3}x^2$
 $\vec{v} = [-2, -3]$

$$a = \frac{1}{3}$$

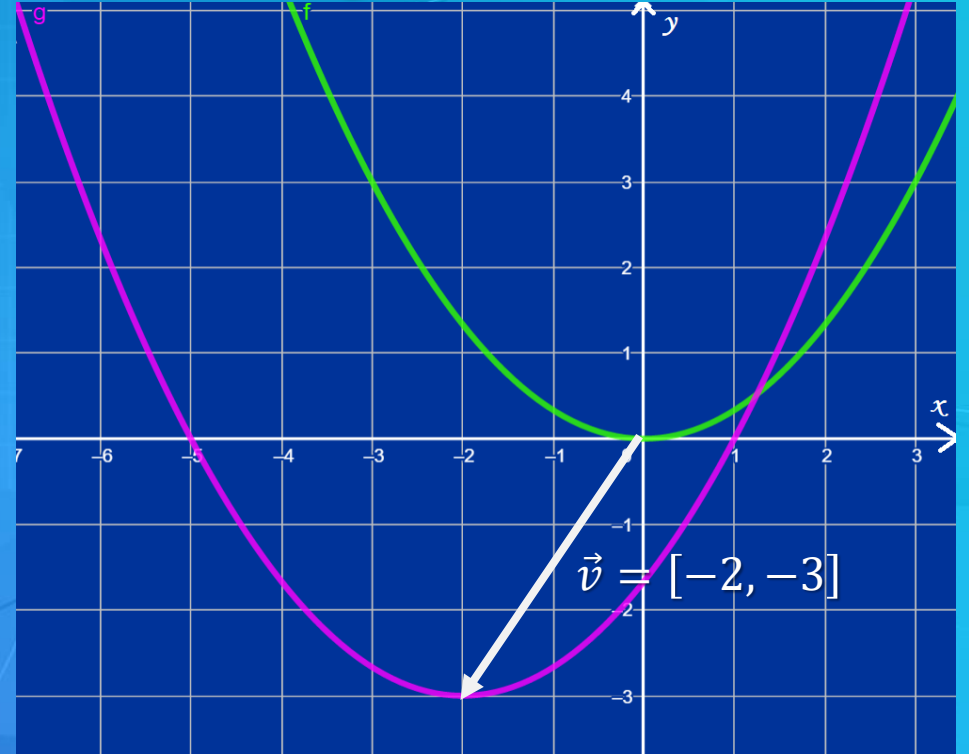
$$p = -2$$

$$q = -3$$

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$g(x) = \frac{1}{3}(x + 2)^2 - 3$$

x	-3	0	3
y	3	0	3



Wzór otrzymanej funkcji: $g(x) = \frac{1}{3}(x + 2)^2 - 3$.

Zadanie 1 – rozwiązanie

d) $f(x) = -x^2$

$$\vec{v} = [0, 2]$$

$$a = -1$$

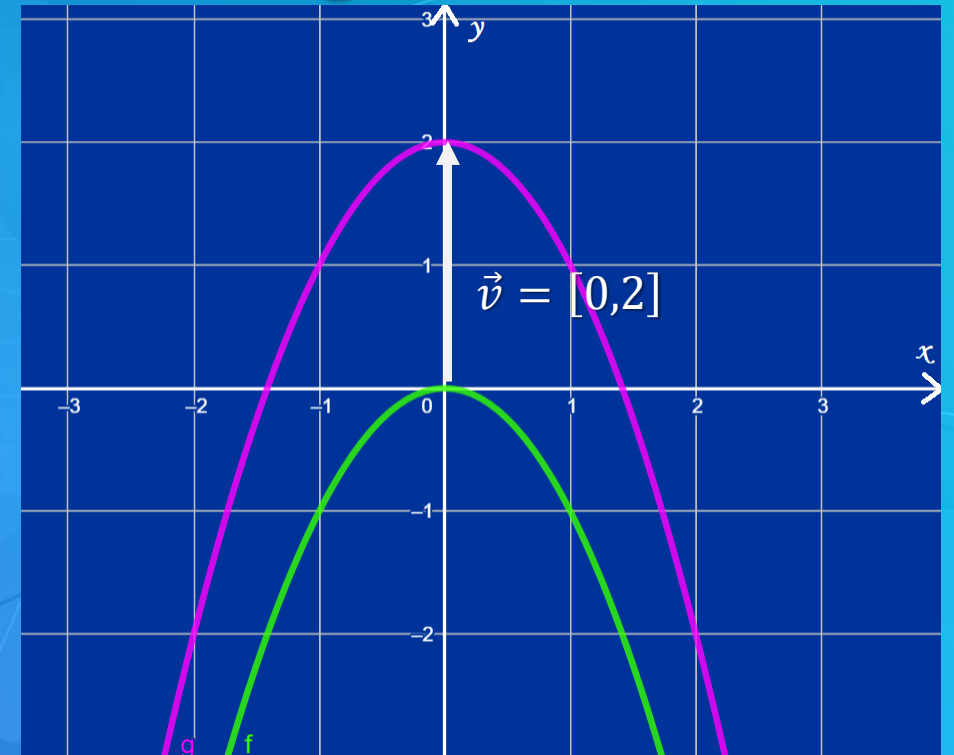
$$p = 0$$

$$q = 2$$

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$g(x) = -x^2 + 2$$

x	-1	0	1
y	-1	0	-1



Wzór otrzymanej funkcji: $g(x) = -x^2 + 2$.

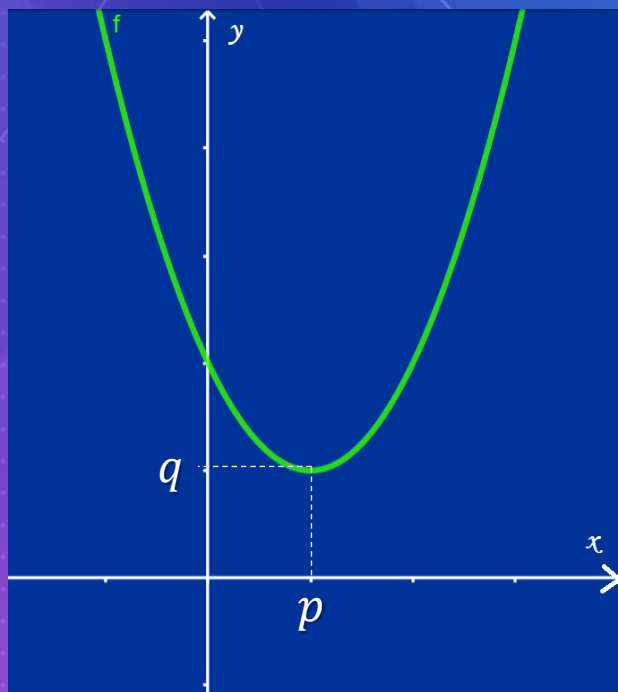


Własności funkcji

$$f(x) = a(x - p)^2 + q$$

Jeśli $a > 0$:

- ramiona paraboli są skierowane do góry,
- punkt (p, q) jest wierzchołkiem paraboli,
- $ZW = \langle q; \infty \rangle$
- $f_{\min}(p) = q$, brak wartości największej
- $f_{\searrow}$ dla $x \in (-\infty; p)$,
- $f_{\nearrow}$ dla $x \in \langle p; \infty \rangle$,
- oś symetrii paraboli jest prosta $x = p$.



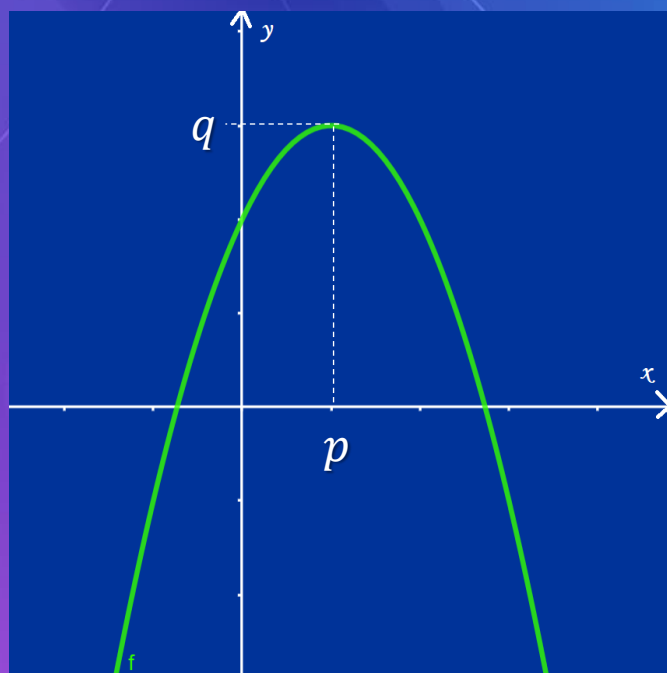


Własności funkcji

$$f(x) = a(x - p)^2 + q$$

Jeśli $a < 0$:

- ramiona paraboli są skierowane w dół,
- punkt (p, q) jest wierzchołkiem paraboli,
- $ZW = (-\infty; q]$
- $f_{\max}(p) = q$, brak wartości najmniejszej,
- $f_{\nearrow}$ dla $x \in (-\infty; p)$,
- $f_{\searrow}$ dla $x \in (p; \infty)$,
- osią symetrii paraboli jest prosta $x = p$.





Zadanie 2

Wykres funkcji $f(x) = 3x^2$ i przesunięto o wektor $\vec{v} = [1, -2]$:

- a) napisz wzór otrzymanej funkcji,
- b) podaj współrzędne wierzchołka paraboli,
- c) napisz równanie osi symetrii paraboli.

Zadanie 2 – rozwiązanie

$$f(x) = 3x^2, \quad \vec{v} = [1, -2], \quad a = 3, \quad p = 1, \quad q = -2$$

wzór funkcji

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$g(x) = 3(x - 1)^2 - 2$$

współrzędne
wierzchołka
paraboli

$$W = (p, q)$$

$$W = (1, -2)$$

równanie osi
symetrii paraboli

$$x = p$$

$$x = 1$$



Zadanie 3

Wykres funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ i przesunięto o wektor $\vec{v} = [-2, 4]$:

- a) napisz wzór otrzymanej funkcji,
- b) podaj zbiór wartości funkcji,
- c) podaj przedziały monotoniczności otrzymanej funkcji.

Zadanie 3 – rozwiązanie

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2, \quad \vec{v} = [-2, 4], \quad a = -\frac{1}{2}, \quad p = -2, \quad q = 4$$

wzór funkcji

$$g(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 4$$

zbiór wartości
funkcji

$$ZW = (-\infty; q]$$

$$ZW = (-\infty; 4]$$

przedziały
monotoniczności

$$f_{\nearrow} \text{ dla } x \in (-\infty; p]$$

$$f_{\searrow} \text{ dla } x \in [p; \infty)$$

$$f_{\nearrow} \text{ dla } x \in (-\infty; -2]$$

$$f_{\searrow} \text{ dla } x \in [-2; \infty)$$



Zadanie 4

Funkcję kwadratową $f(x) = ax^2$ przesunięto o wektor $\vec{v}$ i otrzymano funkcję g . Podaj wzór funkcji f oraz współrzędne wektora $\vec{v}$.

a) $g(x) = -6(x - 2)^2 + 1,$

b) $g(x) = (x + 3)^2,$

c) $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4.$

Zadanie 4 – rozwiązanie

$$g(x) = a(x - p)^2 + q, \quad \vec{v} = [p, q], \quad f(x) = ax^2$$

$$g(x) = -6(x - 2)^2 + 1$$

$$f(x) = -6x^2$$

$$\vec{v} = [2, 1]$$

$$g(x) = (x + 3)^2$$

$$f(x) = x^2$$

$$\vec{v} = [-3, 0]$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

$$\vec{v} = [0, -4]$$



Zadanie 5

Do wykresu funkcji kwadratowej f należy punkt o współrzędnych $P = (-1, -6)$. Wierzchołek paraboli znajduje się w punkcie $W = (-3, 2)$.
Podaj wzór funkcji f .

Zadanie 5 – rozwiązanie

$$P = (-1, -6), \quad W = (-3, 2), \quad f(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$\vec{v} = [-3, 2]$$

$$p = -3, \quad q = 2$$

$$x = -1, \quad y = -6$$

$$y = a(x - p)^2 + q$$

$$-6 = a(-1 - (-3))^2 + 2$$

$$-6 = a \cdot 2^2 + 2$$

$$4a = -8$$

$$a = -2$$

Wzór funkcji: $f(x) = -2(x + 3)^2 + 2$.



Podsumowanie

Na dzisiejszej lekcji nauczyliśmy się:

- ✓ podawać wzór funkcji $f(x) = ax^2$ przesuniętej o wektor,
- ✓ szkicować wykres funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i określać jej własności,
- ✓ stosować własności funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$ do rozwiązywania zadań.



Dziękuję za uwagę
mgr Zbigniew Bahr
konsultacja: mgr Anna Drotlew