



Temat

Wykres funkcji $f(x) = ax^2$

1 klasa liceum
na podbudowie szkoły podstawowej



Cel ogólny

Wykształcenie umiejętności szkicowania i rozpoznawania własności funkcji postaci $f(x) = ax^2$.



Cele szczegółowe

Uczeń:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$,
- podaje własności funkcji $f(x) = ax^2$,
- stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań.



Funkcja kwadratowa

Funkcją kwadratową nazywamy funkcję określoną wzorem

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

dla $x \in R$,

gdzie a, b, c są stałymi (liczbami) oraz $a \neq 0$.



Zadanie 1

Podaj współczynniki liczbowe funkcji kwadratowej f określonej wzorem:

$$f(x) = -3x^2 + 4x - 1,$$

$$f(x) = \sqrt{3}x - 2 + x^2,$$

$$f(x) = -x + 5x^2,$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2.$$

Zadanie 1 – rozwiązanie

$$f(x) = -3x^2 + 4x - 1, \quad a = -3, \quad b = 4, \quad c = -1$$

$$f(x) = \sqrt{3}x - 2 + x^2, \quad a = 1, \quad b = \sqrt{3}, \quad c = -2$$

$$f(x) = -x + 5x^2, \quad a = 5, \quad b = -1, \quad c = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad a = \frac{1}{2}, \quad b = 0, \quad c = 0$$



Funkcja $f(x) = ax^2$

Funkcja kwadratowa określona wzorem

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ dla } x \in R,$$

gdzie $a \neq 0, b = 0, c = 0$ przyjmuje postać

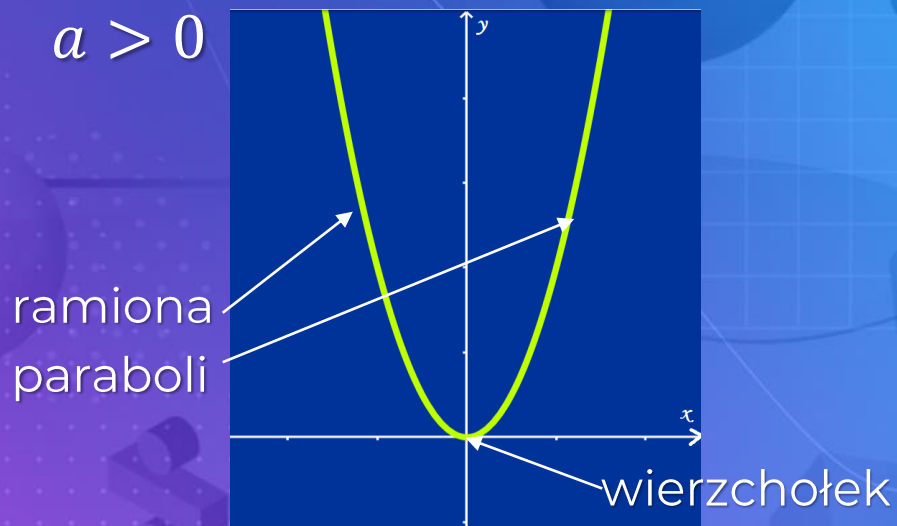
$$f(x) = ax^2.$$



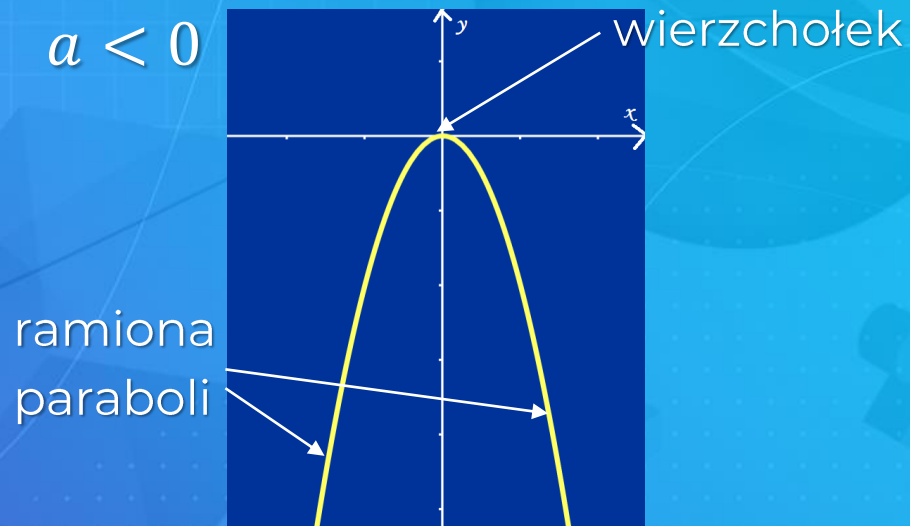
Wykres funkcji $f(x) = ax^2$

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2$,
gdzie $a \neq 0$ jest parabola.

$a > 0$



$a < 0$





Zadanie 2

Naszkiuj w jednym układzie współrzędnych funkcje $f(x) = x^2$ i $g(x) = -x^2$. Określ wzajemne położenie wykresów.

Zadanie 2 – rozwiązanie

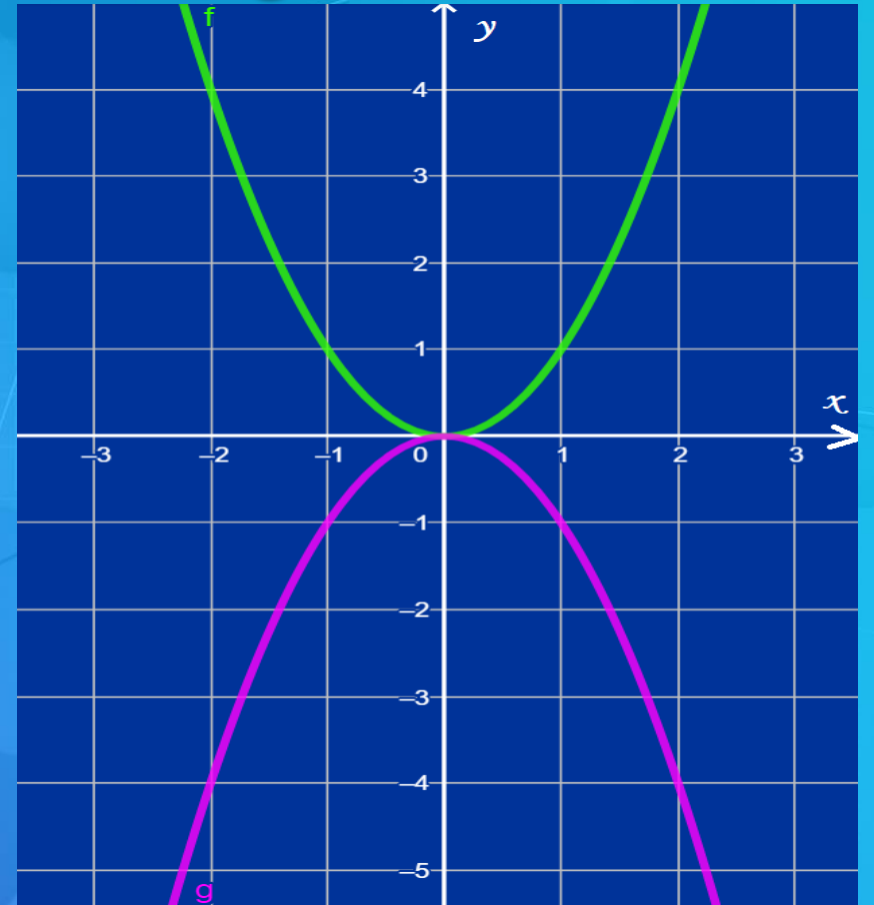
$$f(x) = x^2$$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

$$g(x) = -x^2$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

Jeśli współczynniki a są liczbami przeciwnymi, to wykresy funkcji są symetryczne względem osi Ox .





Zadanie 3

Naszkiuj w jednym układzie współrzędnych wykresy funkcji f , g i h :

$$a) f(x) = 2x^2, \quad g(x) = 5x^2, \quad h(x) = \frac{1}{3}x^2,$$

$$b) f(x) = -3x^2, \quad g(x) = -2x^2, \quad h(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

Zadanie 3 – rozwiązanie

a)

$$f(x) = 2x^2$$

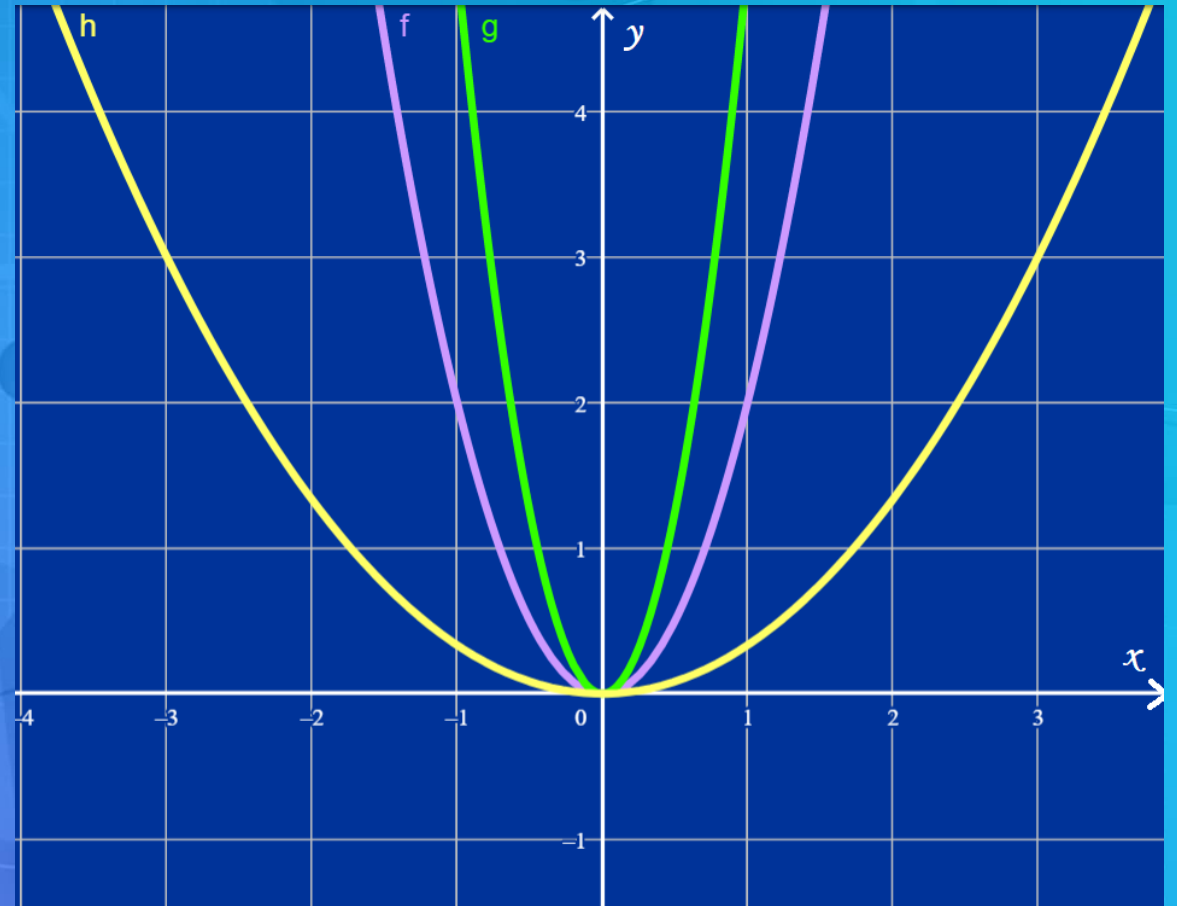
x	-1	0	1
y	2	0	2

$$g(x) = 5x^2$$

x	-1	0	1
y	5	0	5

$$h(x) = \frac{1}{3}x^2$$

x	-3	0	3
y	3	0	3



Zadanie 3 – rozwiązanie

b)

$$f(x) = -3x^2$$

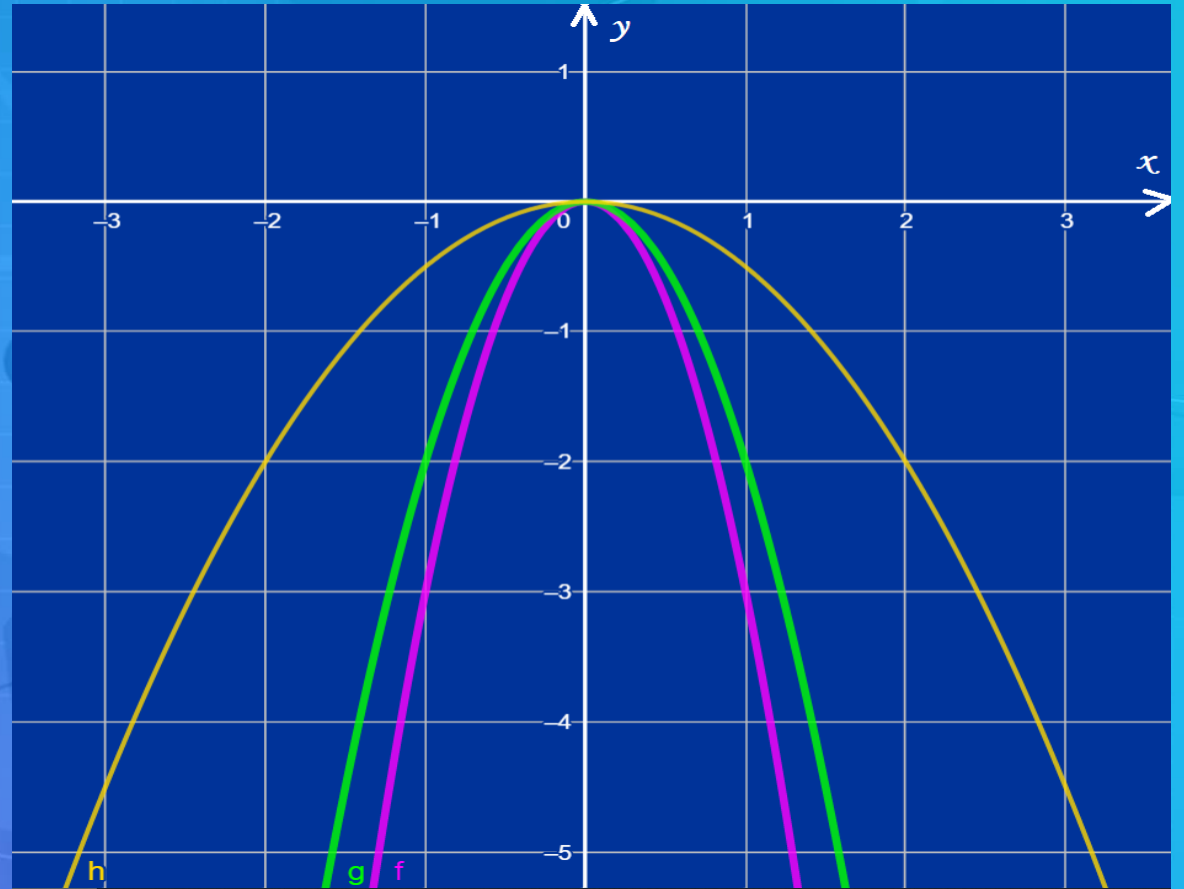
x	-1	0	1
y	-3	0	-3

$$g(x) = -2x^2$$

x	-1	0	1
y	-2	0	-2

$$h(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

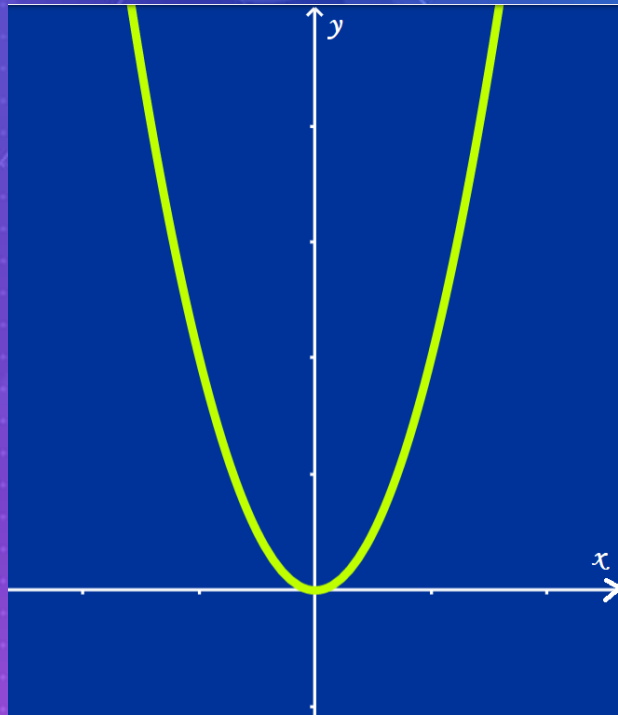
x	-2	0	2
y	-2	0	-2





Własności funkcji $f(x) = ax^2$

Jeśli $a > 0$:



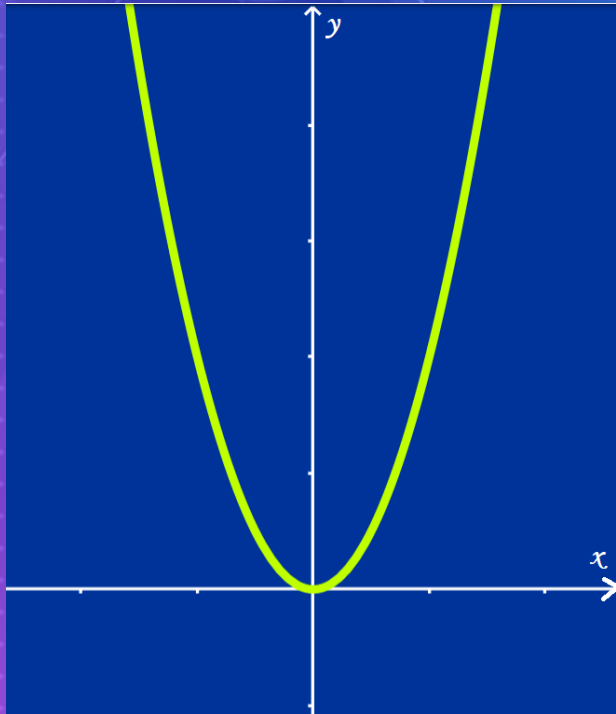
- ramiona paraboli są skierowane do góry,
- dziedzina funkcji to: $D = R$,
- zbiór wartości to: $ZW = \langle 0; \infty \rangle$,
- funkcja f ma jedno miejsce zerowe $x_0 = 0$,
- oś Oy jest osią symetrii paraboli,
- punkt $(0,0)$ jest wierzchołkiem paraboli,



Własności funkcji $f(x) = ax^2$

Jeśli $a > 0$:

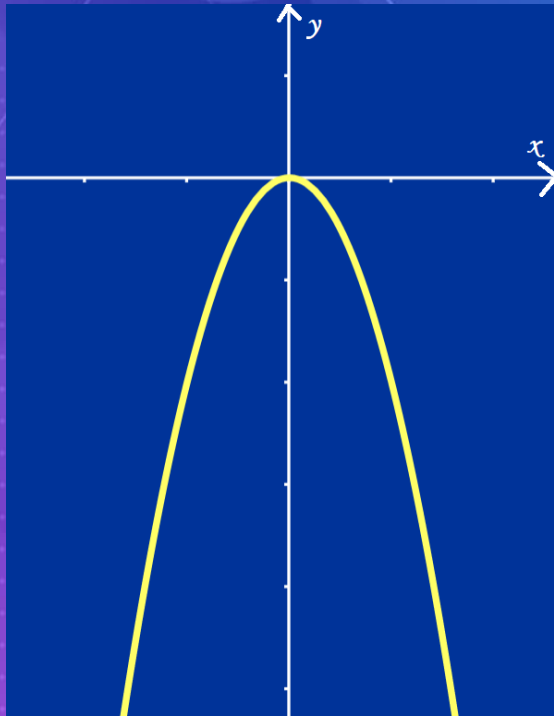
- funkcja f nie jest różnowartościowa
- funkcja f jest:
 - malejąca w przedziale $(-\infty; 0)$,
 - rosnąca w przedziale $(0; \infty)$,
- funkcja f :
 - przyjmuje wartość najmniejszą $y = 0$,
 - nie przyjmuje wartości największej.





Własności funkcji $f(x) = ax^2$

Jeśli $a < 0$:



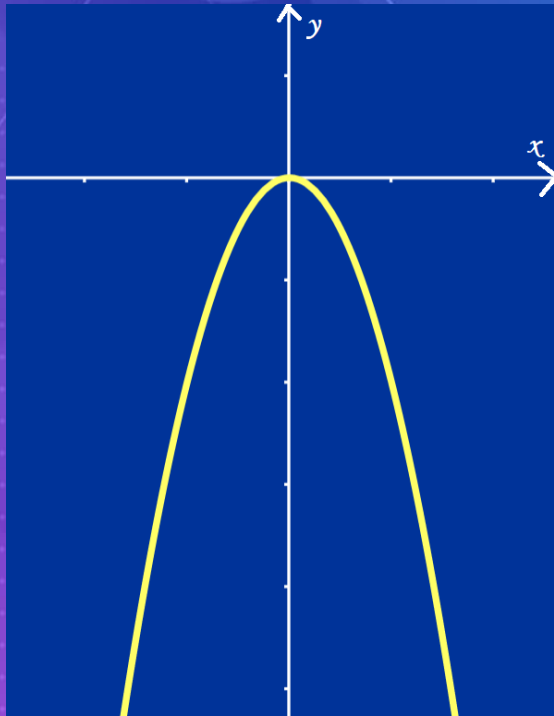
- ramiona paraboli są skierowane do dołu,
- dziedzina funkcji to: $D = R$,
- zbiór wartości to: $ZW = (-\infty; 0)$,
- funkcja f ma jedno miejsce zerowe $x_0 = 0$,
- oś Oy jest osią symetrii paraboli,
- punkt $(0,0)$ jest wierzchołkiem paraboli,



Własności funkcji $f(x) = ax^2$

Jeśli $a < 0$:

- funkcja f nie jest różnowartościowa
- funkcja f jest:
 - rosnąca w przedziale $(-\infty; 0)$,
 - malejąca w przedziale $(0; \infty)$,
- funkcja f :
 - przyjmuje wartość największą $y = 0$,
 - nie przyjmuje wartości najmniejszej.





Zadanie 4

Sprawdź, czy punkty $P = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{9}\right)$ i $Q = (\sqrt{2}; -2)$ należą do wykresu funkcji $f(x) = -2x^2$.

Zadanie 4 – rozwiązanie

$$P = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{9}\right) \quad f(x) = -2x^2$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right) = -\frac{2}{9}$$

Odp. Punkt P należy do wykresu funkcji f .

Zadanie 4 – rozwiązanie

$$Q = (\sqrt{2}; -2) \quad f(x) = -2x^2$$

$$f(\sqrt{2}) = -2 \cdot (\sqrt{2})^2 = -2 \cdot 2 = -4$$

Odp. Punkt Q nie należy do wykresu funkcji f .



Zadanie 5

Dla jakiej wartości współczynnika a punkt $P = (-2; -12)$ należy do paraboli $f(x) = ax^2$.

Zadanie 5 – rozwiązanie

$$P = (-2; -12)$$

$$f(x) = ax^2$$

$$-12 = a \cdot (-2)^2$$

$$-12 = a \cdot 4$$

$$a = -3$$

$$f(x) = -3x^2$$

Odp. Dla $a = -3$ punkt P należy do wykresu funkcji f .



Podsumowanie

Na dzisiejszej lekcji nauczyliśmy się:

- ✓ szkicować wykres funkcji $f(x) = ax^2$,
- ✓ podawać własności funkcji $f(x) = ax^2$,
- ✓ stosować własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań.



Dziękuję za uwagę
mgr Zbigniew Bahr
konsultacja: mgr Anna Drotlew