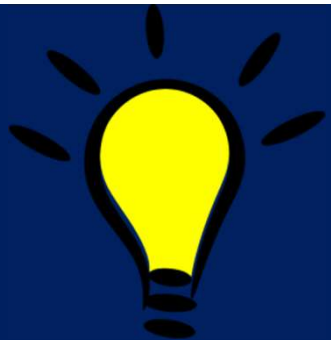




Temat

Własności funkcji liniowej

1 klasa liceum
na podbudowie szkoły podstawowej



PRZYPOMNIENIE

Na ostatniej lekcji nauczyliśmy się:

- sporządzać wykres funkcji liniowej,
- wyznaczać współczynniki liczbowe funkcji liniowej,
- podawać punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią Ox i Oy .

CEL OGÓLNY:



Wykształcenie umiejętności określania własności funkcji liniowej.



CELE SZCZEGÓŁOWE:

Uczeń:

- określa dziedzinę i zbiór wartości funkcji liniowej,
- wyznacza miejsca zerowe funkcji liniowej,
- rozpoznaje monotoniczność funkcji liniowej,
- wyznacza argumenty, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie, a dla których ujemne.

Funkcja liniowa



Funkcją liniową nazywamy funkcję określoną wzorem:

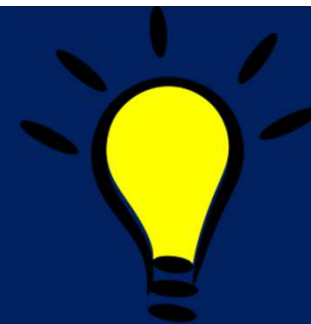
$$f(x) = ax + b, \quad \text{dla } x \in R$$

gdzie a i b są stałymi

Współczynnik „ a ” nazywamy współczynnikiem kierunkowym,

Współczynnik „ b ” nazywamy wyrazem wolnym.

Dziedzina i zbiór wartości funkcji liniowej



Dziedzina funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ jest zbiór liczb rzeczywistych, co zapisujemy $D = R$ lub $x \in R$

Zbiorem wartości funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ jest:

- zbiór liczb rzeczywistych $ZW = R$ lub $y \in R$, gdy $a \neq 0$
- zbiór jednoelementowy $ZW = \{b\}$, gdy $a = 0$.

Miejsce zerowe funkcji liniowej

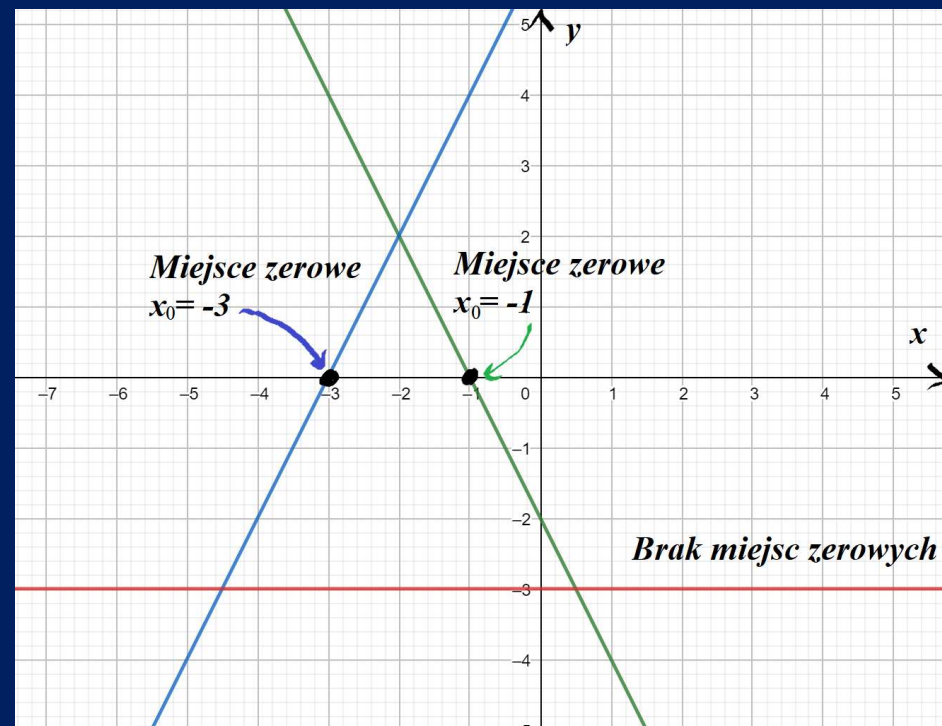


Miejszem zerowym funkcji liniowej $y = ax + b$ jest argument, dla którego funkcja przyjmuje wartość 0.

x_0 , dla którego $y = 0$

Na wykresie

Miejsce zerowe to x odczytany z punktu przecięcia wykresu z osią Ox .



Zadanie 1



Wyznacz miejsca zerowe funkcji:

a) $y = 2x - 2$

b) $y = -4x + 8$

c) $y = 2$

Następnie sprawdź swoje obliczenia na wykresie.

Zadanie 1 – rozwiązanie

Należy wyznaczyć x , dla którego $y = 0$

a) $y = 2x - 2$

$$y = 0$$

$$0 = 2x - 2$$

$$x = 1$$

b) $y = -4x + 8$

$$y = 0$$

$$0 = -4x + 8$$

$$x = 2$$

c) $y = 2$

$$y = 0$$

$$0 = 2$$

*Równanie
sprzeczne*

Miejsce zerowe

$$x_0 = 1$$

Miejsce zerowe

$$x_0 = 2$$

Brak

miejsz zerowych

Wniosek:

Funkcja stała nie ma miejsc zerowych, z wyjątkiem funkcji stałej $y = 0$, która ma nieskończenie wiele miejsc zerowych.

Zadanie 1 – rozwiązanie

a) $y = 2x - 2$

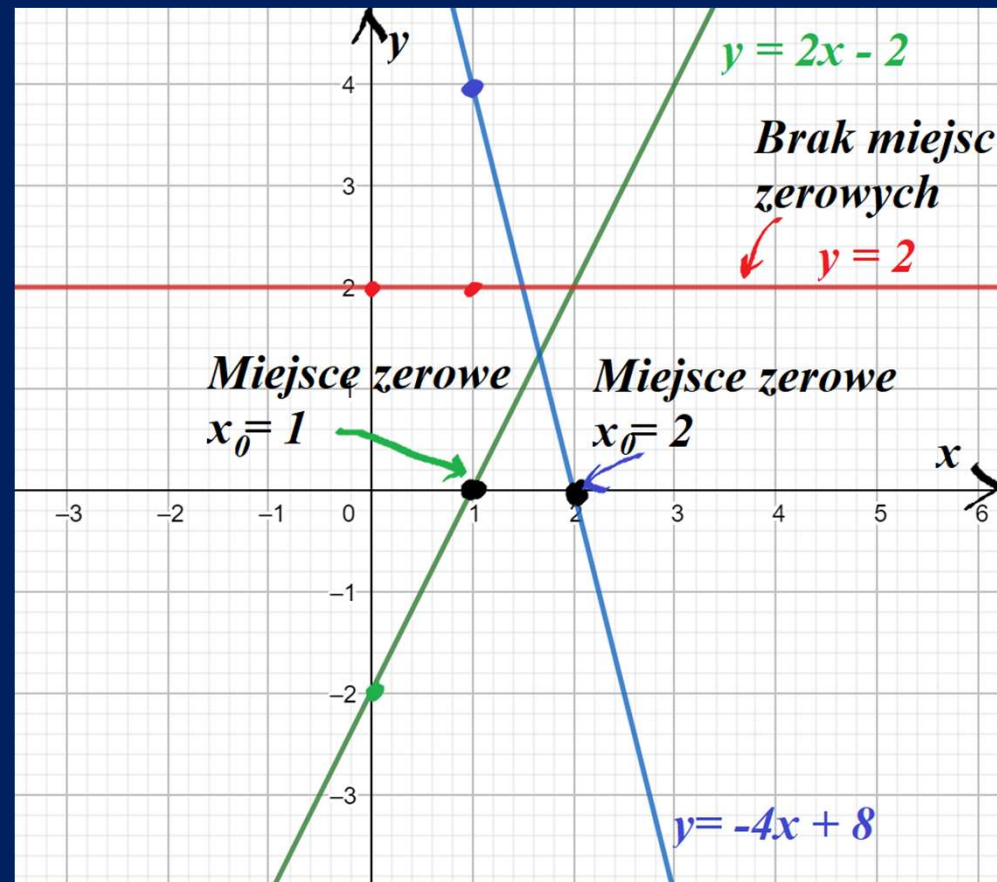
x	0	1
y	-2	0

b) $y = -4x + 8$

x	1	2
y	4	0

c) $y = 2$

x	0	1
y	2	2



Miejsce zerowe, to punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Ox .

Monotoniczność funkcji liniowej



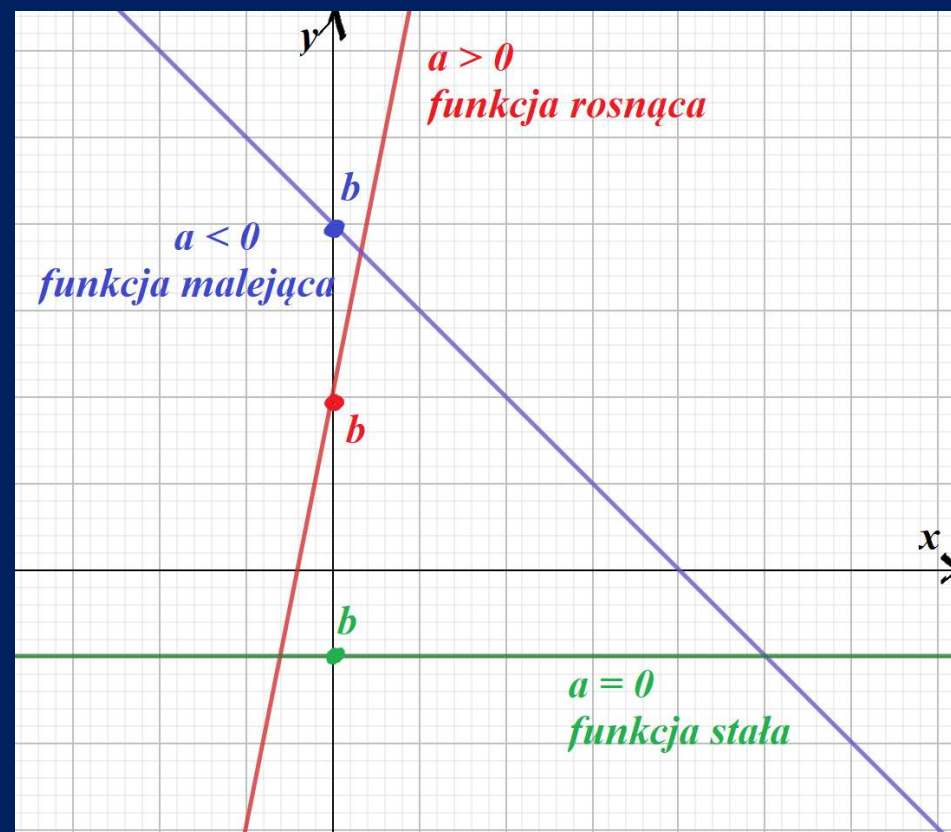
Jeśli $a > 0$, to funkcja
 $y = ax + b$ jest rosnąca

Jeśli $a < 0$, to funkcja
 $y = ax + b$ jest malejąca

Jeśli $a = 0$, to funkcja
 $y = ax + b$ jest stała

Przypomnienie:

Współczynnik b we wzorze funkcji liniowej, wskazuje punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Oy .



Zadanie 2



Określ monotoniczność funkcji oraz podaj punkt przecięcia z osią Oy .

a) $y = -x + 2$

b) $y = 3x + 6$

c) $y = -2$

Sprawdź swoje rozwiązanie na wykresie.

Zadanie 2 – rozwiązanie

$$a) y = -x + 2$$

$$a = -1$$

$$b = 2$$

*Funkcja
malejąca*

*Punkt przec. Oy
(0, 2)*

$$b) y = 3x + 6$$

$$a = 3$$

$$b = 6$$

*Funkcja
rosnąca*

*Punkt przec. Oy
(0, 6)*

$$c) y = -2$$

$$a = 0$$

$$b = -2$$

*Funkcja
stała*

*Punkt przec. Oy
(0, -2)*

Zadanie 2 – rozwiązanie

a) $y = -x + 2$

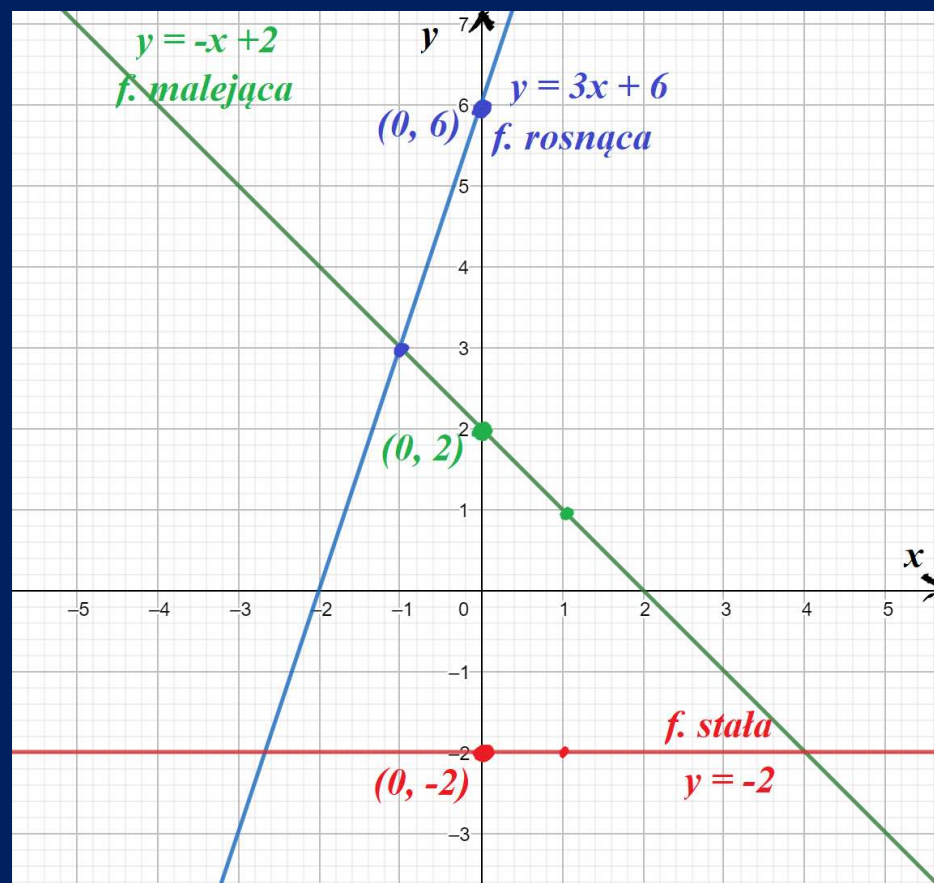
x	0	1
y	2	1

b) $y = 3x + 6$

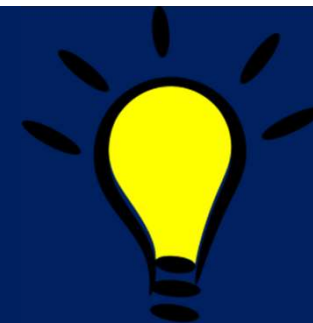
x	-1	0
y	3	6

c) $y = -2$

x	0	1
y	-2	-2



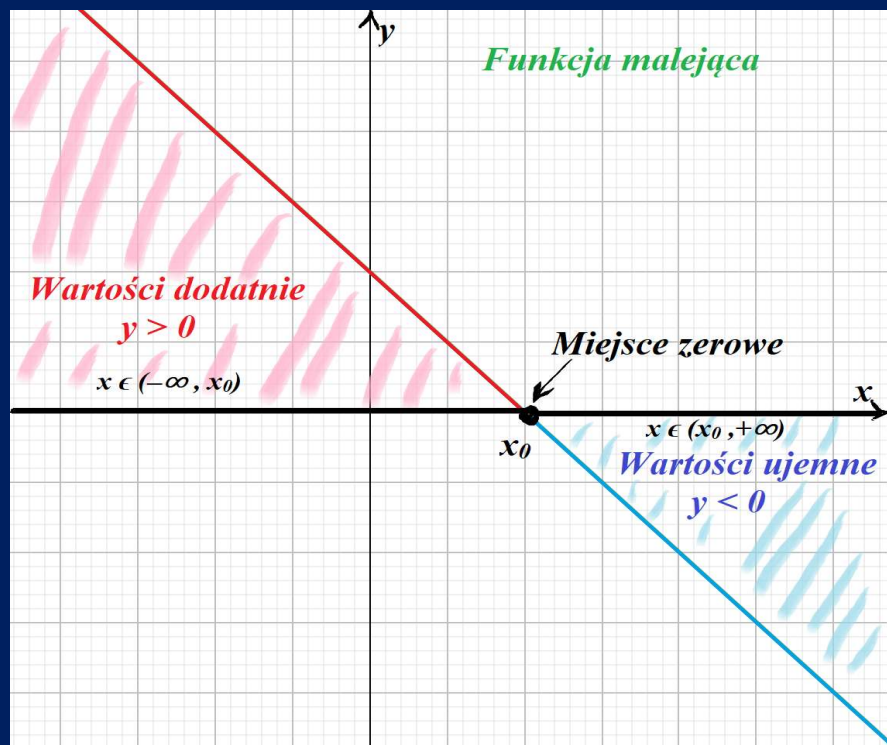
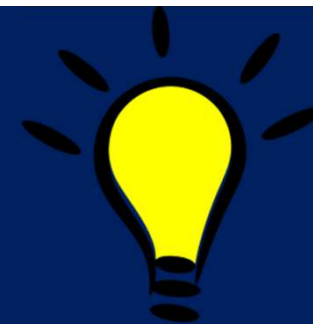
Wartości dodatnie i ujemne funkcji linowej



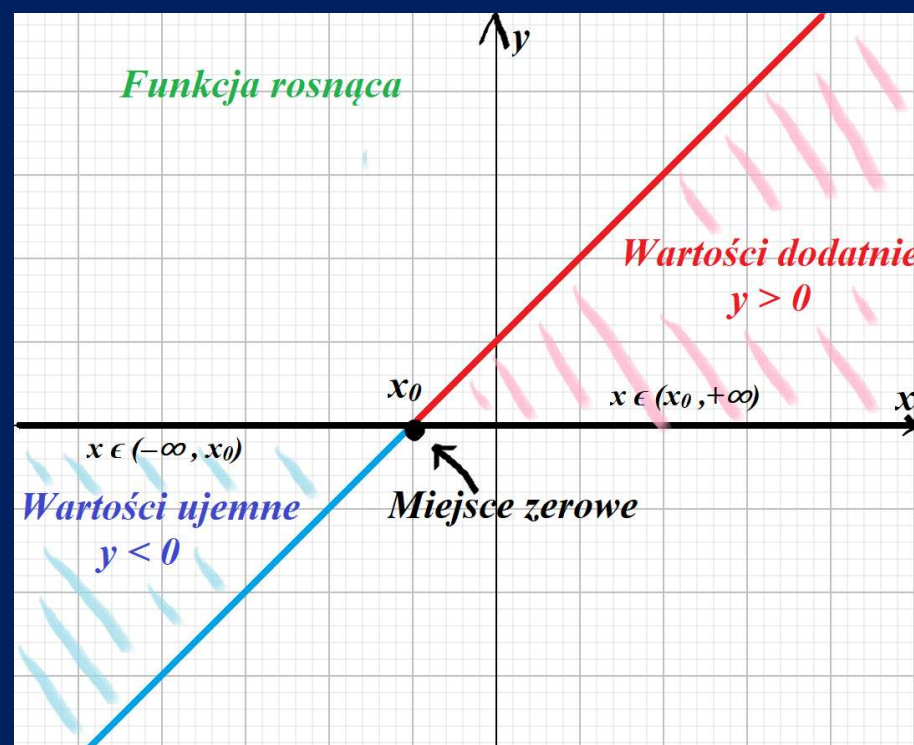
Aby wskazać dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, należy wskazać:
 x , dla których $y > 0$

Aby wskazać dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne, należy wskazać:
 x , dla których $y < 0$

Wartości dodatnie i ujemne funkcji linowej



$$y > 0 \text{ dla } x \in (-\infty, x_0)$$
$$y < 0 \text{ dla } x \in (x_0, +\infty)$$



$$y > 0 \text{ dla } x \in (x_0, +\infty)$$
$$y < 0 \text{ dla } x \in (-\infty, x_0)$$

Zadanie 3



Dla jakich argumentów funkcja $y = -3x - 6$ przyjmuje wartości dodatnie, a dla jakich ujemne?

Wykonaj obliczenia, a następnie sprawdź swoje rozwiązanie sporządzając wykres.

Zadanie 3 – rozwiązanie

Wartości dodatnie

$$y = -3x - 6$$

$$y > 0$$

$$-3x - 6 > 0$$

$$-3x > 6 \text{ } /: (-3)$$

$$x < -2$$

$$y > 0 \text{ dla } x \in (-\infty, -2)$$

Wartości ujemne

$$y = -3x - 6$$

$$y < 0$$

$$-3x - 6 < 0$$

$$-3x < 6 \text{ } /: (-3)$$

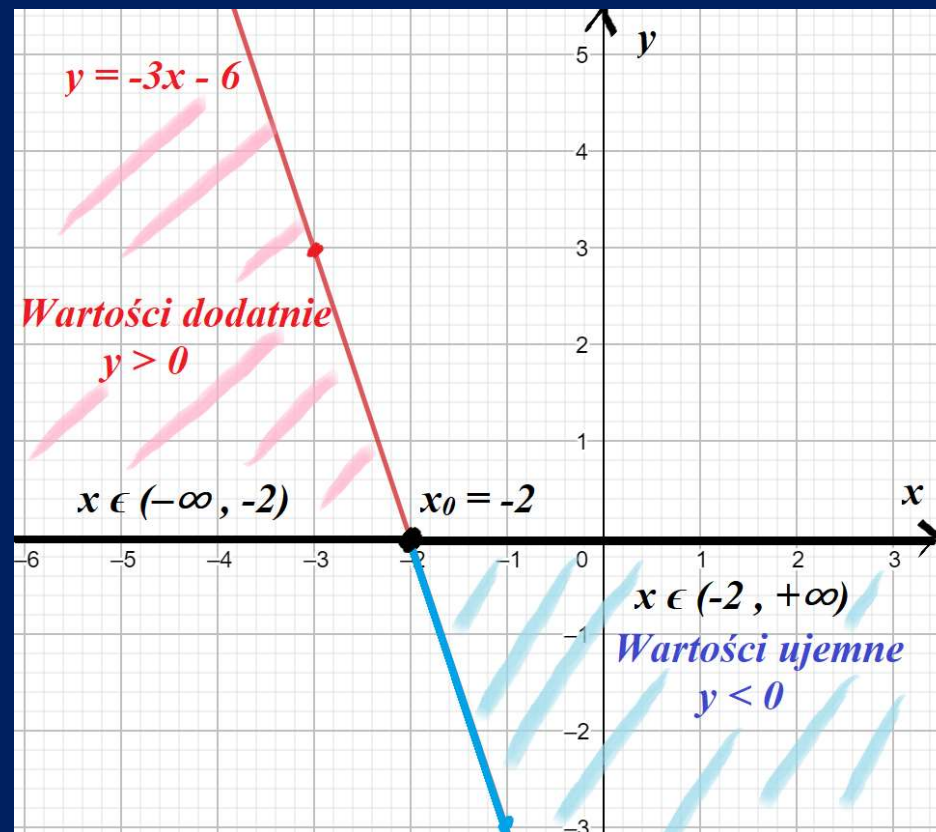
$$x > -2$$

$$y < 0 \text{ dla } x \in (-2, +\infty)$$

Zadanie 3 – rozwiązanie

$$y = -3x - 6$$

x	-3	-1
y	3	-3



Sprawdź czy umiesz



Dana jest funkcja $y = 2x + 4$.

- a) sporządź wykres funkcji,
- b) wyznacz dziedzinę funkcji i zbiór wartości,
- c) podaj miejsce zerowe funkcji,
- d) określ monotoniczność funkcji i punkt przecięcia z osią Oy ,
- e) dla jakich argumentów, funkcja przyjmuje wartości dodatnie, a dla jakich ujemne.

Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

a) wykres funkcji

$$y = 2x + 4$$

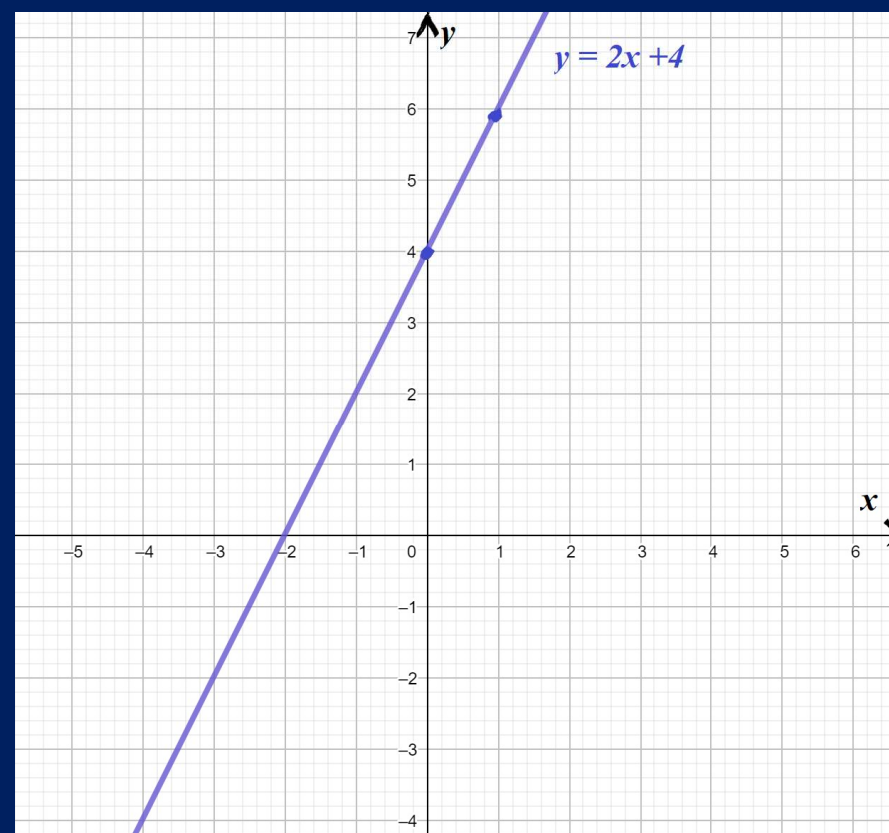
x	0	1
y	4	6

b) dziedzina funkcji

$$D = R$$

zbiór wartości funkcji

$$ZW = R$$



Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

c) miejsce zerowe funkcji

$$y = 2x + 4$$

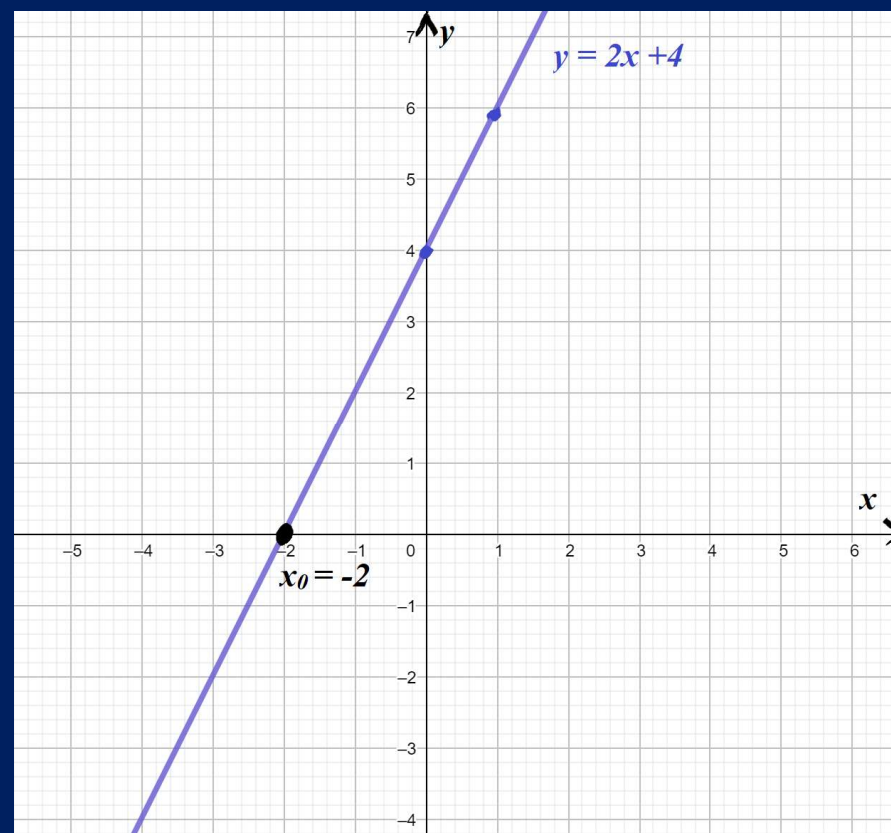
$$y = 0$$

$$0 = 2x + 4$$

$$-2x = 4 \quad /: (-2)$$

$$x = -2$$

Miejsce zerowe $x_0 = -2$



Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

d) monotoniczność

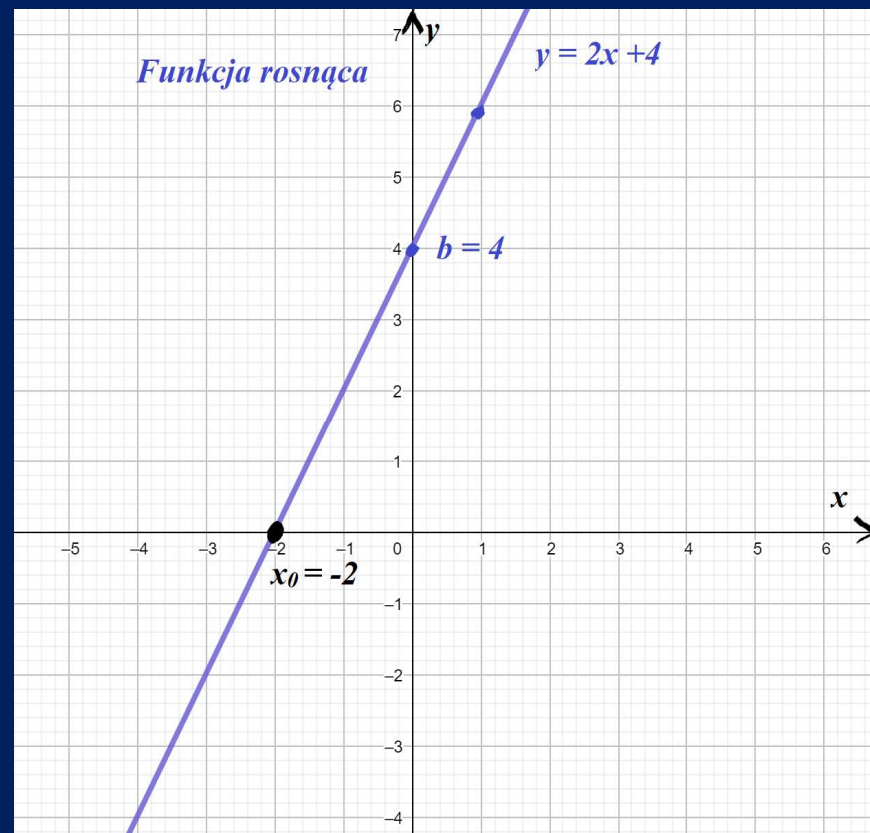
$$y = 2x + 4$$

$$a = 2$$

Funkcja jest rosnąca

$$b = 4$$

Punkt przecięcia z osią Oy
 $(0, 4)$



Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

e) wartości dodatnie

$$y = 2x + 4$$

$$y > 0$$

$$2x + 4 > 0$$

$$x > -2$$

$$y > 0 \text{ dla } x \in (-2, +\infty)$$

wartości ujemne

$$y = 2x + 4$$

$$y < 0$$

$$2x + 4 < 0$$

$$x < -2$$

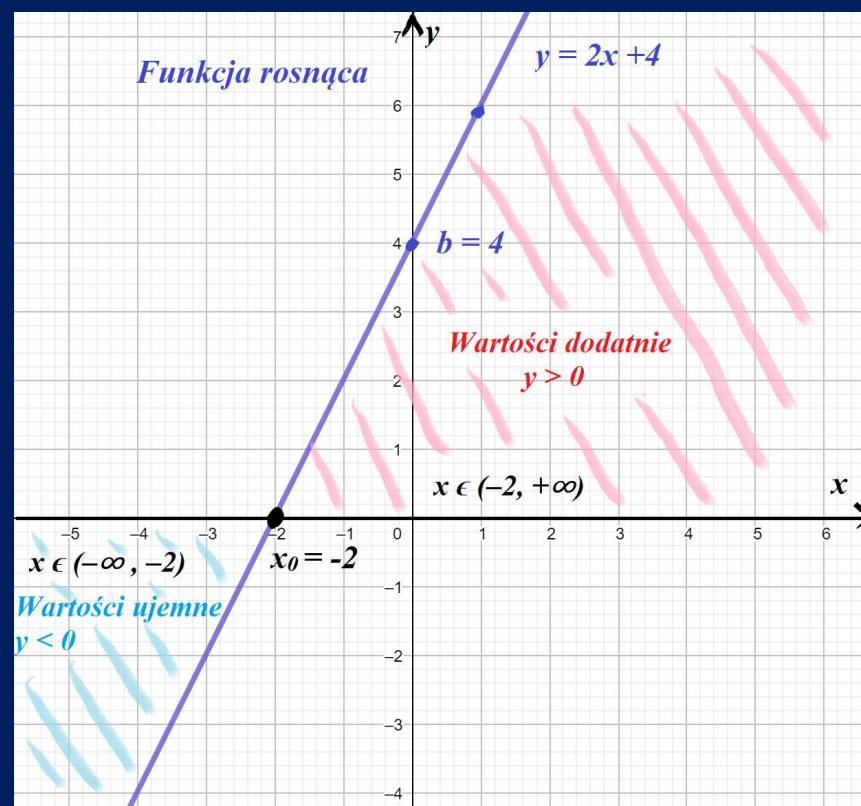
$$y < 0 \text{ dla } x \in (-\infty, -2)$$

Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

e) wartości dodatnie, wartości ujemne

$$y > 0 \text{ dla } x \in (-2, +\infty)$$

$$y < 0 \text{ dla } x \in (-\infty, -2)$$





Podsumowanie

Na dzisiejszej lekcji nauczyliśmy się:

- ✓ określać dziedzinę i zbiór wartości funkcji liniowej,
- ✓ wyznaczać miejsca zerowe funkcji liniowej,
- ✓ rozpoznawać monotoniczność funkcji liniowej,
- ✓ wyznaczać argumenty, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie, a dla których ujemne.

Dziękuję za uwagę

mgr Zbigniew Bahr