



Temat

Wykres funkcji liniowej

1 klasa liceum
na podbudowie szkoły podstawowej

CEL OGÓLNY:



Wykształcenie umiejętności szkicowania wykresów funkcji liniowej.



CELE SZCZEGÓŁOWE:

Uczeń:

- rozpoznaje funkcję liniową mając dany jej wzór i szkicuje jej wykres,
- interpretuje współczynniki występujące we wzorze,
- wyznacza punkty przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych,
- sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji,
- wyznacza wzór funkcji liniowej spełniającej podane warunki.

Funkcja liniowa



Funkcją liniową nazywamy funkcję określoną wzorem:

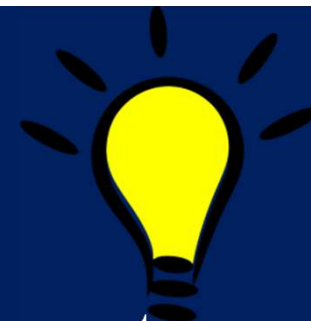
$$f(x) = ax + b, \quad \text{dla } x \in R$$

gdzie a i b są stałymi

Współczynnik „ a ” nazywamy współczynnikiem kierunkowym,

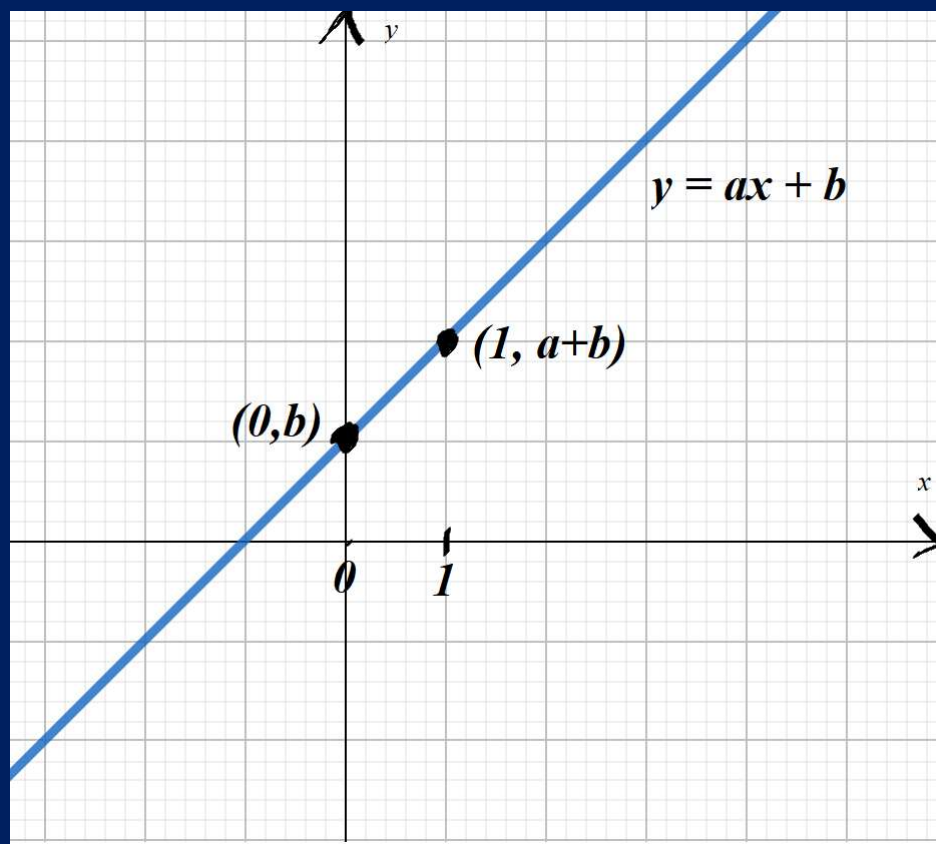
Współczynnik „ b ” nazywamy wyrazem wolnym

Wykres funkcji liniowej



Wykresem funkcji liniowej $y = ax + b$ jest prosta

x	0	1
y	b	$a+b$



Zadanie 1



Napisz wzór funkcji liniowej mając dany współczynnik kierunkowy $a = 2$ oraz wyraz wolny $b = -4$ i narysuj wykres tej funkcji.

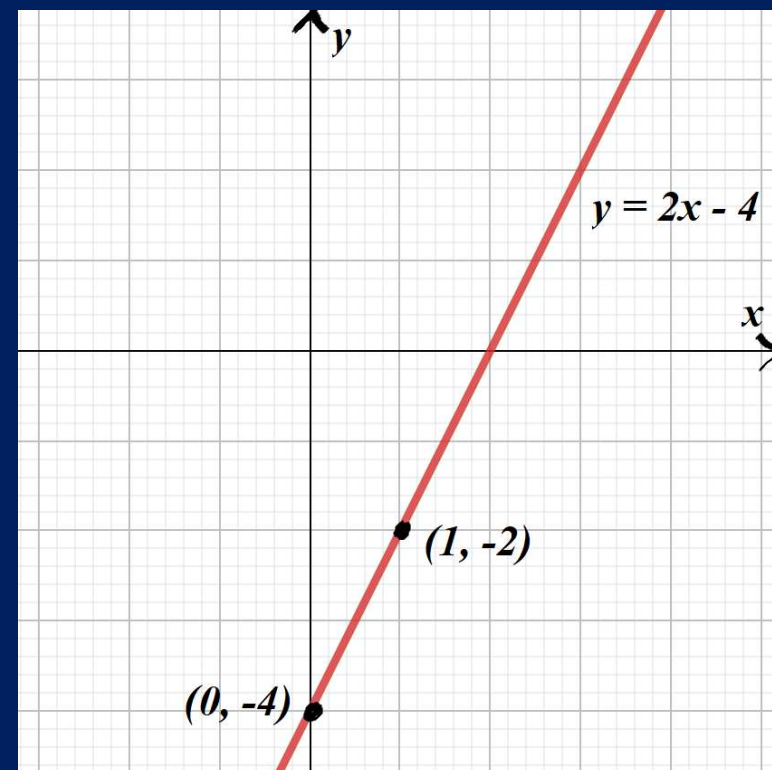
Zadanie 1 – rozwiązanie

Wzór funkcji liniowej to: $y = ax + b$, $a = 2$, $b = -4$

Wzór szukanej funkcji to: $y = 2x - 4$

Wstawiamy za $x = 0$ i $x = 1$

x	0	1
y	-4	-2

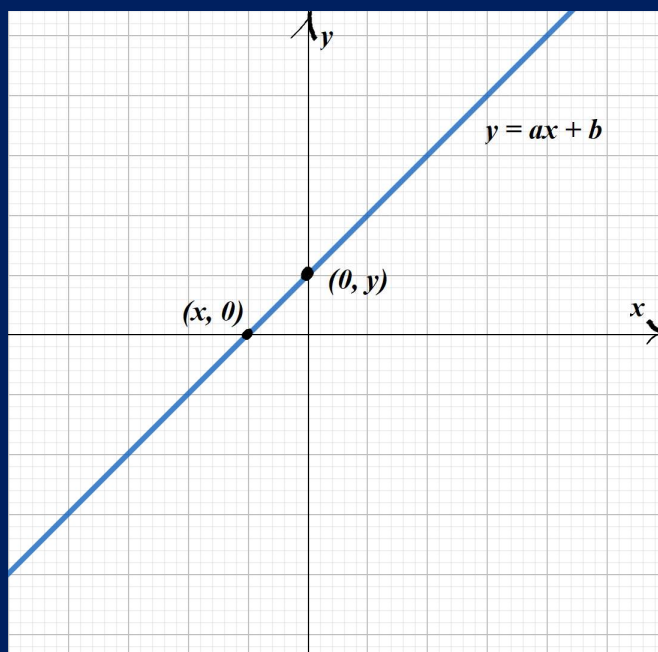


Punkty przecięcia z osią Ox i Oy



Punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Ox
ma współrzędne $(x, 0)$

Punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Oy
ma współrzędne $(0, y)$



Zadanie 2



Funkcja liniowa dana jest wzorem $y = -x + 2$

- a) podaj współczynniki liczbowe,
- b) narysuj wykres funkcji,
- c) podaj punkty przecięcia z osią Ox i Oy .

Zadanie 2 – rozwiązanie

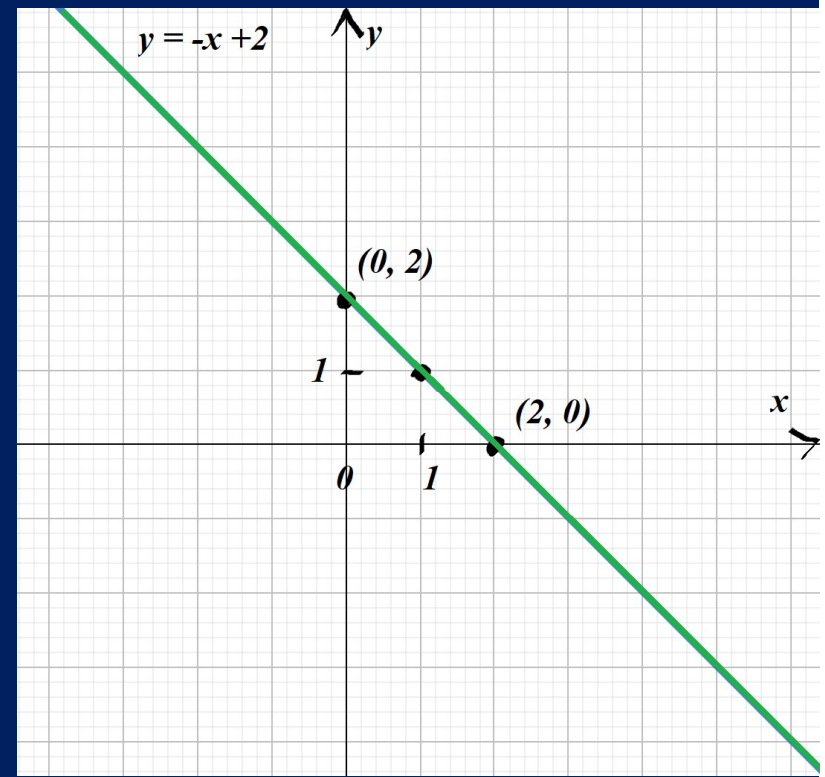
Wzór funkcji liniowej to: $y = -x + 2$,

a) Współczynniki liczbowe to: $a = -1$, $b = 2$

b) Wykres funkcji

x	0	1
y	2	1

c) Punkt przecięcia z osią Ox
to $(2, 0)$
Punkt przecięcia z osią Oy
to $(0, 2)$



Równoległość prostych



Proste o równaniach $y = a_1x + b_1$ oraz $y = a_2x + b_2$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy

$$a_1 = a_2.$$

Wykresy funkcji liniowych o tym samym współczynniku kierunkowym są prostymi równoległymi, np.:

$$y = 6x, \quad y = 6x + 1, \quad y = 6x - 3$$

Zadanie 3



Narysuj wykresy funkcji:

a) $y = 4x$

b) $y = 4x + 2$

c) $y = 4x - 4$

Co można powiedzieć o tych prostych?

Zadanie 3 – rozwiązanie

a) $y = 4x$

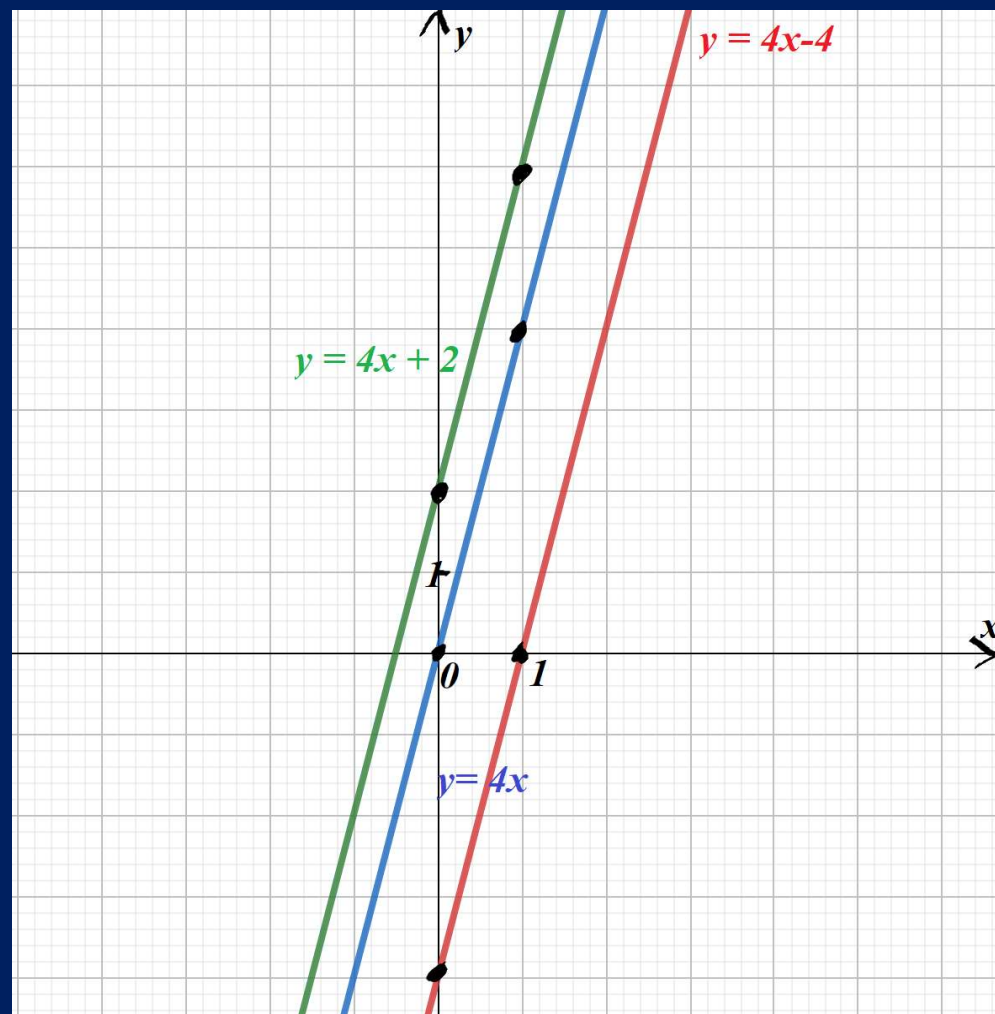
x	0	1
y	0	4

b) $y = 4x + 2$

x	0	1
y	2	6

c) $y = 4x - 4$

x	0	1
y	-4	0



Wykresy wszystkich funkcji są równoległe.

Sprawdzanie, czy punkt należy do wykresu funkcji



Aby sprawdzić, czy punkt o współrzędnych $P = (x, y)$ należy do wykresu funkcji, trzeba:

- w miejsce x podstawić do wzoru funkcji pierwszą współrzędną punktu P ,
- w miejsce y podstawić do wzoru funkcji drugą współrzędną punktu P ,
- sprawdzić czy zachodzi równość.

Zadanie 4



Sprawdź czy punkty o współrzędnych $P = (-2, 4)$ i $K = (3, 5)$ należą do wykresu funkcji $y = 2x - 1$.
Sporządź wykres funkcji.

Zadanie 4 – rozwiązanie

Wzór funkcji to: $y = 2x - 1$, $P = (-2, 4)$

Podstawiamy współrzędne punktu P do wzoru

$$4 = 2 \cdot (-2) - 1$$

$$4 = -4 - 1$$

$$4 = -5$$

Nie zachodzi równość więc punkt $P = (-2, 4)$

nie należy do wykresu funkcji $y = 2x - 1$.

Zadanie 4 – rozwiązanie

Wzór funkcji to: $y = 2x - 1$, $K = (3, 5)$

Podstawiamy współrzędne punktu P do wzoru

$$5 = 2 \cdot 3 - 1$$

$$5 = 6 - 1$$

$$5 = 5$$

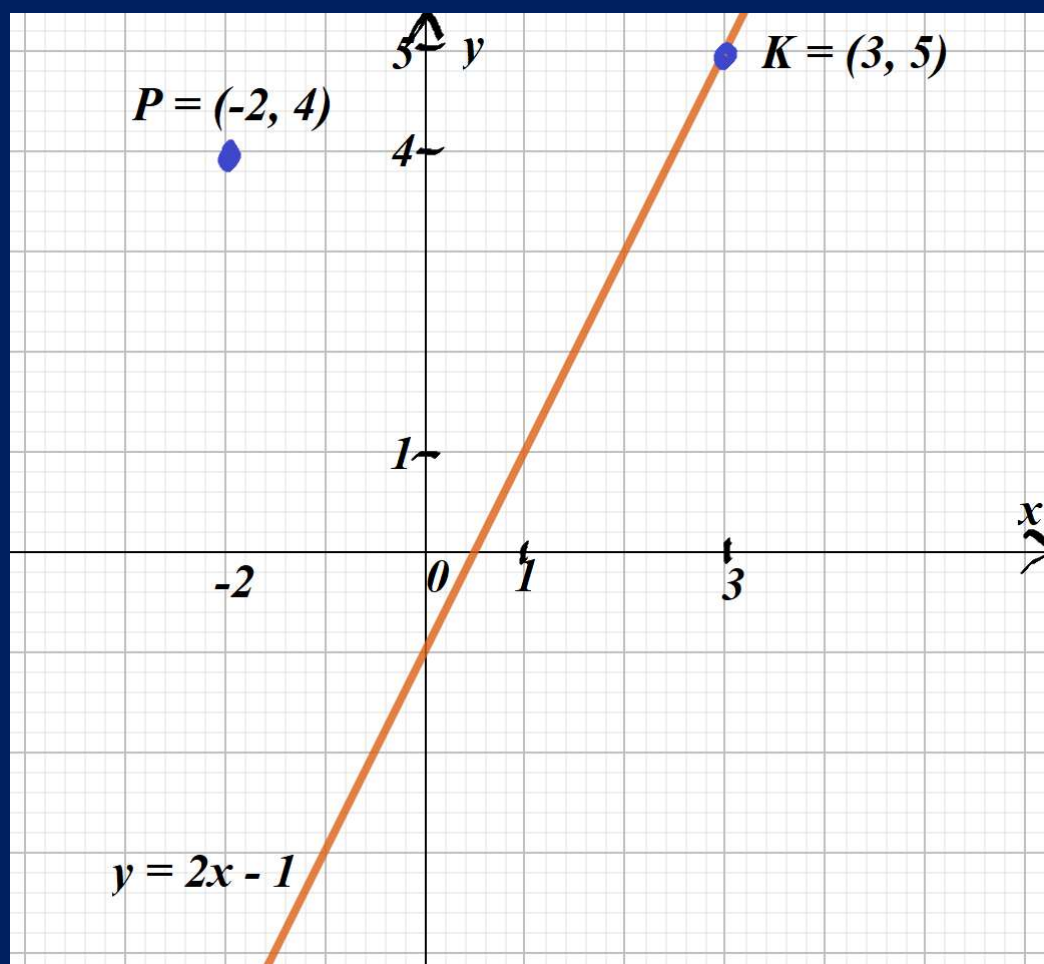
Zachodzi równość, więc punkt $K = (3, 5)$

należy do wykresu funkcji $y = 2x - 1$.

Zadanie 4 – rozwiązanie

Sporządzamy wykres funkcji: $y = 2x - 1$

x	0	1
y	-1	1



Zadanie 5



Wyznacz wzór funkcji, której wykresem jest prosta równoległa do prostej $y = -3x + 4$, przechodząca przez punkt $P = (1, 8)$.

Zadanie 5 – rozwiązanie

Wzór funkcji to: $y = -3x + 4$, $P = (1, 8)$

Wzór funkcji równoległej do funkcji $y = -3x + 4$

to: $y = -3x + b$

Podstawiamy do wzory współrzędne punktu P

$$8 = -3 \cdot 1 + b$$

$$b = 11$$

Zatem wzór szukanej funkcji to: $y = -3x + 11$

Sprawdź czy umiesz



Dana jest funkcja $y = x + 3$.

- a) wyznacz współczynniki liczbowe funkcji,
- b) podaj punkty przecięcia z osią Ox i Oy ,
- c) sprawdź czy punkt o współrzędnych $P = (1, 2)$ należy do wykresu funkcji,
- d) wyznacz wzór funkcji równoległej przechodzącej przez punkt $R = (-2, 4)$,
- e) sporządź wykresy obu funkcji.

Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

Dana jest funkcja $y = x + 3$.

a) współczynniki liczbowe funkcji to: $a = 1$, $b = 3$

b) punkt przecięcia z osią Ox to: $(-3, 0)$

punkt przecięcia z osią Oy to: $(0, 3)$

Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

Dana jest funkcja $y = x + 3$.

c) sprawdzam czy punkt o współrzędnych

$P = (1, 2)$ należy do wykresu funkcji

$$2 = 1 + 3$$

$$2 = 4$$

Równość nie zachodzi, więc punkt $P = (1, 2)$ nie należy do wykresu funkcji.

Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

Dana jest funkcja $y = x + 3$.

- d) wyznaczam wzór funkcji równoległej
przechodzącej przez punkt $R = (-2, 4)$

$$y = x + b$$

$$4 = -2 + b$$

$$b = 6$$

Wzór funkcji równoległej to: $y = x + 6$

Sprawdź czy umiesz – rozwiązanie

Dana jest funkcja $y = x + 3$.

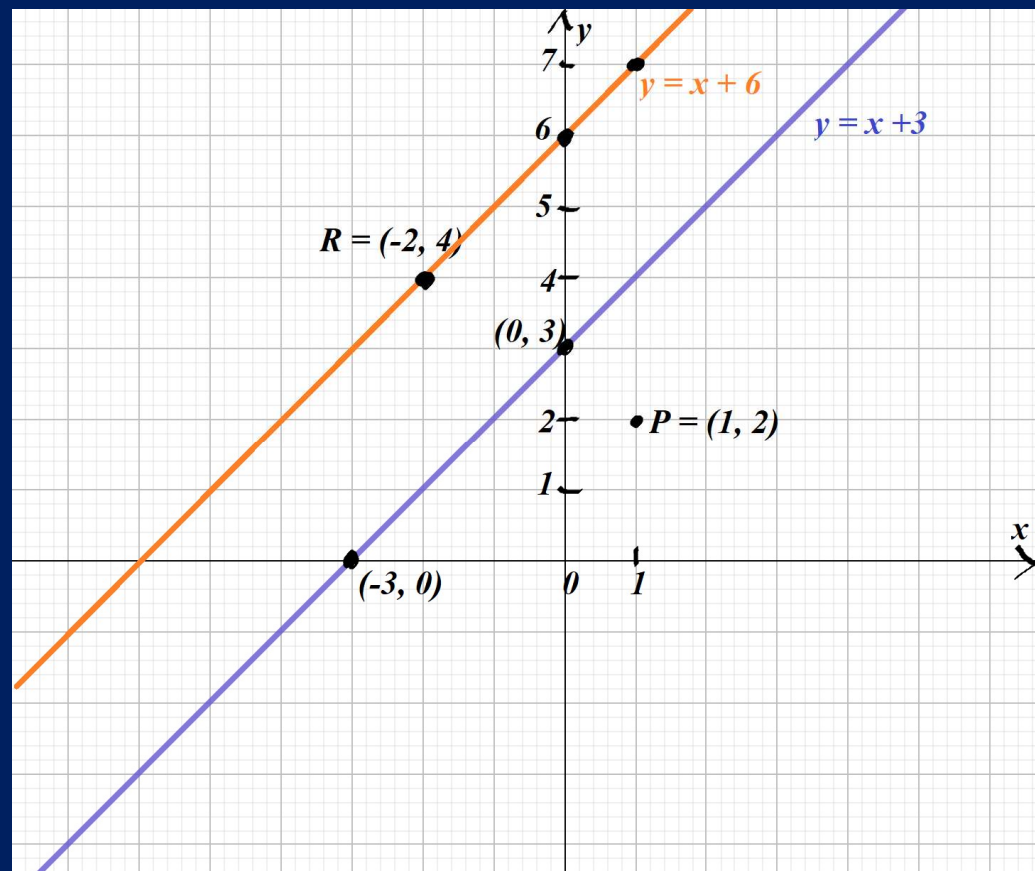
e) sporządzam wykresy funkcji:

$$y = x + 3$$

x	0	1
y	3	4

$$y = x + 6$$

x	0	1
y	6	7





Podsumowanie

Na dzisiejszej lekcji nauczyliśmy się:

- ✓ sporządzać wykres funkcji,
- ✓ wyznaczać współczynniki liczbowe funkcji,
- ✓ podawać punkty przecięcia z osią Ox i Oy ,
- ✓ sprawdzać czy punkt należy do wykresu funkcji,
- ✓ wyznaczać wzór funkcji równoległej do danej przechodzącej przez dany punkt.

Ciekawostka



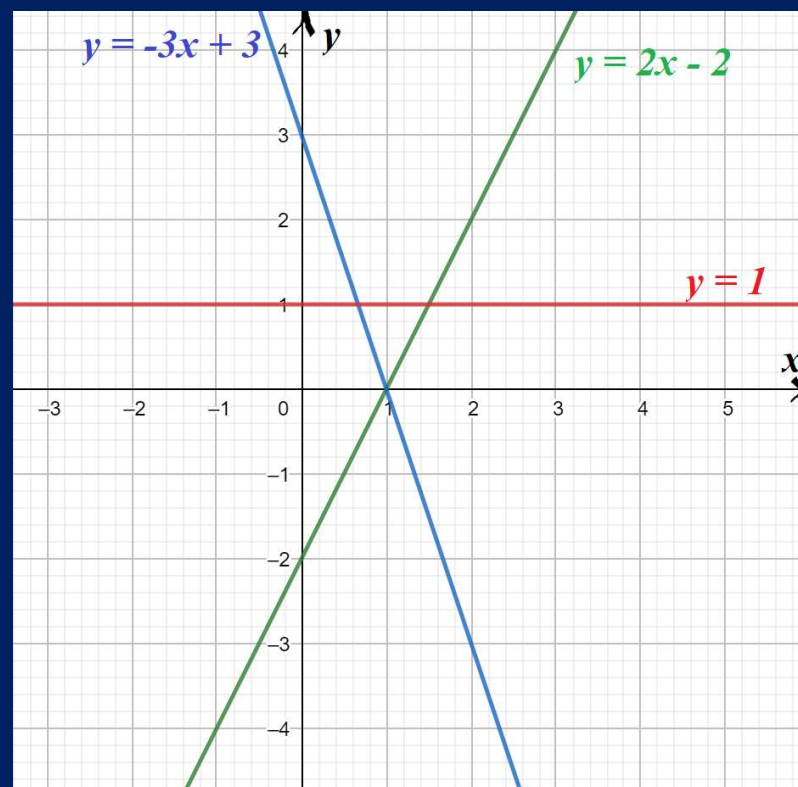
Dane są funkcje:

$$y = 2x - 2$$

$$y = -3x + 3$$

$$y = 1$$

- punkt przecięcia z osią Ox to miejsce zerowe funkcji.
- punkt przecięcia z osią Oy to współczynnik b
- z wykresu można również rozpoznać, czy funkcja jest rosnąca, malejąca czy stała.



Dziękuję za uwagę

mgr Zbigniew Bahr